

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre

- **Effet des variables** sur les **procédures** des élèves
- **Rendre les élèves capables de mettre en œuvre des stratégies**



Karine Vieque  
Conseillère Pédagogique Départementale en Mathématiques (62)



\* Source utilisée : Enseigner le nombre à l'école maternelle - Nathalie Pfaff - Editions Retz

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre comme mémoire de la quantité



1

2

3

4

5

6

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre comme mémoire de la quantité



1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

3

4

5

6

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre comme mémoire de la quantité



1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

Identifier des **situations de référence**, des situations de **comparaison**

3

4

5

6

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre comme mémoire de la quantité



1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

Identifier des **situations de référence**, des situations de **comparaison**

3

Pour chaque situation, identifier toutes les **procédures de résolution** possibles, les connaître  
(analyse préalable de la situation)

4

5

6

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre comme mémoire de la quantité



1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

Identifier des **situations de référence**, des situations de **comparaison**

3

Pour chaque situation, identifier toutes les **procédures de résolution** possibles, les connaître  
(analyse préalable de la situation)

4

**Choisir des valeurs pour une ou plusieurs variables** de la situation de référence



**Faire acquérir** la procédure de résolution associée aux élèves

5

6

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre comme mémoire de la quantité



1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

Identifier des **situations de référence**, des situations de **comparaison**

3

Pour chaque situation, identifier toutes les **procédures de résolution** possibles, les connaître (analyse préalable de la situation)

4

**Choisir des valeurs pour une ou plusieurs variables** de la situation de référence



**Faire acquérir** la procédure de résolution associée aux élèves (**processus d'adaptation**)

5

**Faire varier une valeur d'une des variables** de la situation



**Faire évoluer** la procédure de résolution associée aux élèves (**processus d'adaptation**)

6

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre comme mémoire de la quantité



1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

Identifier des **situations de référence**, des situations de **comparaison**

3

Pour chaque situation, identifier toutes les **procédures de résolution** possibles, les connaître (analyse préalable de la situation)

4

**Choisir des valeurs pour une ou plusieurs variables** de la situation de référence

**Faire acquérir** la procédure de résolution associée aux élèves (**processus d'adaptation**)

5

**Faire varier une valeur d'une des variables** de la situation

**Faire évoluer** la procédure de résolution associée aux élèves (**processus d'adaptation**)

6

Continuer de faire varier les valeurs des variables de la situation

Amener les élèves à mettre en œuvre des stratégies (procédures efficaces et économiques)

# Apprendre par la **RÉSOLUTION DE PROBLÈMES**

## Construction du nombre comme mémoire de la quantité



1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

Identifier des **situations de référence**, des situations de **comparaison**

3

Pour chaque situation, identifier toutes les **procédures de résolution** possibles, les connaître (analyse préalable de la situation)

4

**Choisir des valeurs pour une ou plusieurs variables** de la situation de référence

**Faire acquérir** la procédure de résolution associée aux élèves (**processus d'adaptation**)

5

**Faire varier une valeur d'une des variables** de la situation

**Faire évoluer** la procédure de résolution associée aux élèves (**processus d'adaptation**)

6

Continuer de faire varier les valeurs des variables de la situation

Amener les élèves à mettre en œuvre des stratégies (procédures efficaces et économiques)

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :



**Lesquels ?  
Ecrire 4 verbes**



- Lien wooclap

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :



**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

- De même quantité qu'une **collection donnée**
- Dont la quantité est donnée **oralement**
- Dont la quantité est donnée par une **écriture chiffrée**

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

- De même quantité qu'une **collection donnée**
- Dont la quantité est donnée **oralement**
- Dont la quantité est donnée par une **écriture chiffrée**

**Variables** sur la **nature** de la **quantité**:

**Présente (matérielle, réelle), ou évoquée (oral, écrit)**

**-> progressivité, numération orale et écrite**

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les classes de problèmes pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de quatre verbes :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

- De même quantité qu'une **collection donnée**
- Dont la quantité est donnée **oralement**
- Dont la quantité est donnée par une **écriture chiffrée**

**Variables** sur la **nature** de la **quantité**:  
**Présente (matérielle, réelle), ou évoquée (oral, écrit)**  
**-> progressivité, numération orale et écrite**

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

- **oralement**
- avec une **écriture chiffrée**

**Variables**

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

# 1- Classes de problèmes et procédures pour le nombre en tant que mémoire de quantité



- Les **classes de problèmes** pour le nombre en tant que quantité peuvent se définir à partir de **quatre verbes** :

**Reconnaitre**  
une collection

**Réaliser**  
une collection

**Indiquer la quantité**  
d'une collection

**Comparer**  
des quantités

**Cycle 1, 2, 3**

- De **collections données**

**Cycles 2 et 3**

- données **oralement**
- données par leur **écriture chiffrée**

1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

Identifier des **situations de référence**

3

Pour chaque situation, identifier toutes les **procédures de résolution** possibles, les connaître (analyse préalable de la situation)

4

**Choisir des valeurs pour une ou plusieurs variables** de la situation de référence

**Faire acquérir** la procédure de résolution associée aux élèves

5

**Faire varier une valeur d'une des variables** de la situation

**Faire évoluer** la procédure de résolution associée aux élèves

6

Continuer de faire varier les valeurs des variables de la situation

Amener les élèves à mettre en œuvre des stratégies (procédures efficaces et économiques)

## 2- Procédures associées à ces classes de problèmes

Toutes ces **classes de problèmes** peuvent se résoudre au moyen de **différentes procédures** qui dépendent de **variables**



**De quoi ?**  
**Ecrire 3 variables**



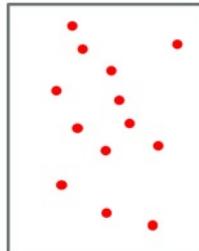
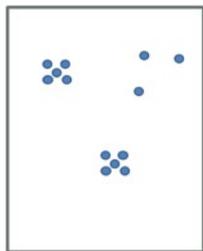
➤ [Lien wooclap](#)

## 2- Procédures associées à ces classes de problèmes

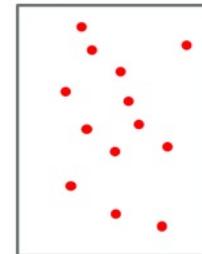
Toutes ces **classes de problèmes** peuvent se résoudre au moyen de **différentes procédures** qui dépendent de **3 variables**



Des **quantités** en jeu



De la **disposition spatiale** des éléments



De la possibilité ou non de **déplacer** les éléments de la collection

## 2- Procédures associées à ces classes de problèmes



**Procédure P1** : Perception globale (subitizing)

**Procédure P2** : Perception visuelle

**Procédure P3** : Perception visuelle due à la DISPOSITION des éléments

**Procédure P4** : Correspondance terme à terme

**Procédure P5** : Correspondance terme à terme avec usage d'une collection intermédiaire ou usage de l'écrit

**Procédure P6** : Comptage dénombrement de 1 en 1 (itération de l'unité)

**Procédure P7** : Utilisation de la frise numérique



## 2- Procédures associées à ces classes de problèmes



**Procédure P1** : Perception globale (subitizing)

**Procédure P2** : Perception visuelle

**Procédure P3** : Perception visuelle due à la DISPOSITION des éléments

**Procédure P4** : Correspondance terme à terme

**Procédure P5** : Correspondance terme à terme avec usage d'une collection intermédiaire ou usage de l'écrit

**Procédure P6** : Comptage dénombrement de 1 en 1 (itération de l'unité)

**Procédure P7** : Utilisation de la frise numérique



**Question:** Comment les faire acquérir en jouant sur les variables ?

**Variable quantité en jeu**: quantité inférieure ou égale à 4



## Procédure P1 : **Perception globale (subitizing)**



**Structurer les apprentissages**



\*images: Nathalie Pfaff

**Variable quantité en jeu:** quantité inférieure ou égale à 4



## Procédure P1 : Perception globale (subitizing)

Lorsque la collection ne contient pas plus de 4 éléments, la quantité se reconnaît perceptivement sans compter de un en un, quelle que soit la disposition des éléments.



**Structurer les apprentissages**



\*images: Nathalie Pfaff

**Variable quantité en jeu:** quantité inférieure ou égale à 4

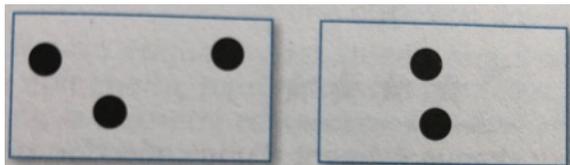


## Procédure P1 : Perception globale (subitizing)

Lorsque la collection ne contient pas plus de 4 éléments, la quantité se reconnaît perceptivement sans compter de un en un, quelle que soit la disposition des éléments.



Exemple:



L'élève peut distinguer visuellement que les quantités de ces deux collections sont différentes, **sans avoir besoin** de compter de un en un **et sans avoir besoin** de connaître le nom des nombres.



\*images: Nathalie Pfaff

**Procédure P2 : Perception visuelle**



**Structurer les apprentissages**



## Procédure P2 : **Perception visuelle**

Si les quantités des collections sont **très différentes**, la perception visuelle permet de reconnaître la quantité la plus grande (ou la plus petite) entre deux collections, **sans avoir besoin** de déterminer les quantités de chacune.



**Structurer les apprentissages**

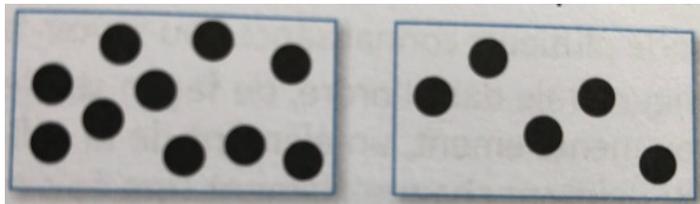


### Procédure P2 : **Perception visuelle**

Si les quantités des collections sont **très différentes**, la perception visuelle permet de reconnaître la quantité la plus grande (ou la plus petite) entre deux collections, **sans avoir besoin** de déterminer les quantités de chacune.



Exemple:



L'élève peut déterminer **visuellement**, que les deux collections ne sont pas de même quantité, mais il peut ne pas savoir celle où il y a le plus d'éléments puisque cela nécessite de comprendre les mots de comparaison.



## Variable : **disposition spatiale des éléments**



Procédure P3 : **Perception visuelle** due à la DISPOSITION des éléments



**Structurer les  
apprentissages**

## Variable : **disposition spatiale des éléments**



### Procédure P3 : **Perception visuelle** due à la **DISPOSITION** des éléments

Deux cas sont possibles:

Cas 1: si les éléments de deux collections sont **disposés de la même façon**, il est facile de reconnaître que les quantités sont identiques sans faire appel au nombre.



**Structurer les  
apprentissages**

## Variable : **disposition spatiale des éléments**

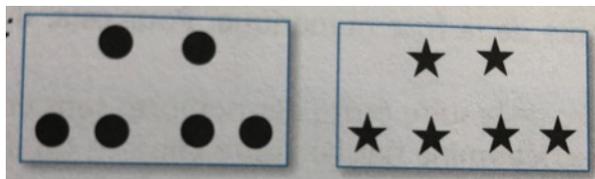


### Procédure P3 : **Perception visuelle** due à la **DISPOSITION** des éléments

Deux cas sont possibles:

Cas 1: si les éléments de deux collections sont **disposés de la même façon**, il est facile de reconnaître que les quantités sont identiques sans faire appel au nombre.

Exemple:



L'élève peut dire que les quantités sont identiques sans connaître le nom du nombre.



## Variable : **disposition spatiale des éléments**

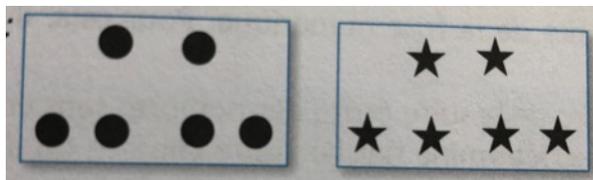


### Procédure P3 : **Perception visuelle** due à la **DISPOSITION** des éléments

Deux cas sont possibles:

Cas 1: si les éléments de deux collections sont **disposés de la même façon**, il est facile de reconnaître que les quantités sont identiques sans faire appel au nombre.

Exemple:



L'élève peut dire que les quantités sont identiques sans connaître le nom du nombre.

Cas 2: si les éléments de la collection sont **placés comme sur la face d'un dé**, la quantité peut se déterminer, perceptivement, sans compter de un en un.



**Structurer les apprentissages**

## Variable : **disposition spatiale des éléments**

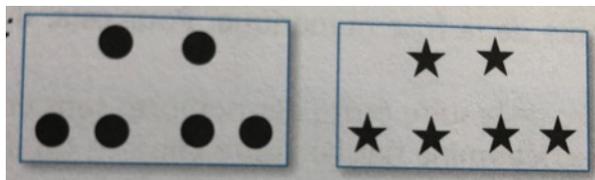


### Procédure P3 : **Perception visuelle** due à la **DISPOSITION** des éléments

Deux cas sont possibles:

Cas 1: si les éléments de deux collections sont **disposés de la même façon**, il est facile de reconnaître que les quantités sont identiques sans faire appel au nombre.

Exemple:

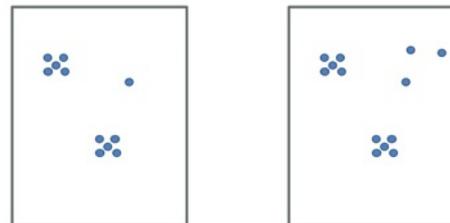


L'élève peut dire que les quantités sont identiques sans connaître le nom du nombre.



Cas 2: si les éléments de la collection sont **placés comme sur la face d'un dé**, la quantité peut se déterminer, perceptivement, sans compter de un en un.

Exemple:



L'élève peut alors indiquer si deux quantités d'objets sont identiques en comparant des sous-collections.

## Variable : objets **DÉPLAÇABLES**



### Procédure P4 : Correspondance terme à terme

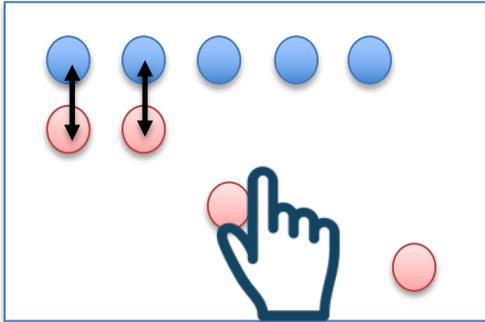


**Structurer les  
apprentissages**

### Procédure P4 : Correspondance terme à terme

Cette procédure consiste à faire correspondre chaque élément d'une collection à un élément d'une autre collection.

Exemple:



**Procédure P5 :**  
**Correspondance terme à terme avec collection intermédiaire ou usage de l'écrit**



\*images: Nathalie Pfaff

### Procédure P5 :

### Correspondance terme à terme avec collection intermédiaire ou usage de l'écrit

La correspondance terme à terme est plus difficile si les éléments des collections ne peuvent pas se déplacer.

Il faut passer :

- soit par une **collection intermédiaire**



## Procédure P5 :

### Correspondance terme à terme avec collection intermédiaire ou usage de l'écrit

La correspondance terme à terme est plus difficile si les éléments des collections ne peuvent pas se déplacer.

Il faut passer :

- soit par une **collection intermédiaire**

Exemple:



L'élève peut placer un jeton sur chaque élément d'une collection

**puis** déplacer tous les jetons pour les mettre en correspondance terme à terme avec l'autre collection.



\*images: Nathalie Pfaff



## Procédure P5 :

### Correspondance terme à terme avec collection intermédiaire ou usage de l'écrit

La correspondance terme à terme est plus difficile si les éléments des collections ne peuvent pas se déplacer.

Il faut passer :

- soit par une **collection intermédiaire**

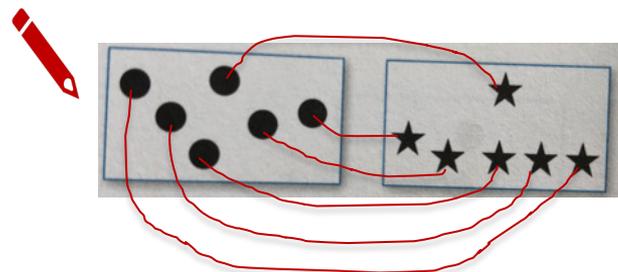
Exemple:



L'élève peut placer un jeton sur chaque élément d'une collection

**puis** déplacer tous les jetons pour les mettre en correspondance terme à terme avec l'autre collection.

- soit **utiliser l'écrit** en reliant chaque élément d'une collection avec un élément d'une autre collection



L'élève peut faire un trait entre chaque élément des deux collections.



### Procédure P6 : Comptage dénombrement de 1 en 1 (itération de l'unité)



Dans tous les cas, la quantité de la collection peut se trouver grâce à **l'itération de l'unité**.

La **procédure de comptage dénombrement avec itération de l'unité** associe plusieurs connaissances et savoir-faire:

- Connaître la suite numérique dans l'ordre, de façon stable
- Associer, gestuellement ou mentalement, un élément de la collection avec un mot de cette suite, en pointant chaque élément une fois et une seule fois
- Savoir que la quantité est indépendante de l'ordre et de la nature des objets à compter.

## Procédure P7 : Utilisation de la frise numérique

Pour les classes de problèmes faisant intervenir **l'écriture chiffrée**, la frise numérique peut être utilisée en remplacement du comptage de un en un.

L'écriture chiffrée de la quantité d'une collection peut se déterminer en posant chaque élément sur un nombre de la frise numérique.

Pour cela, il faut comprendre:

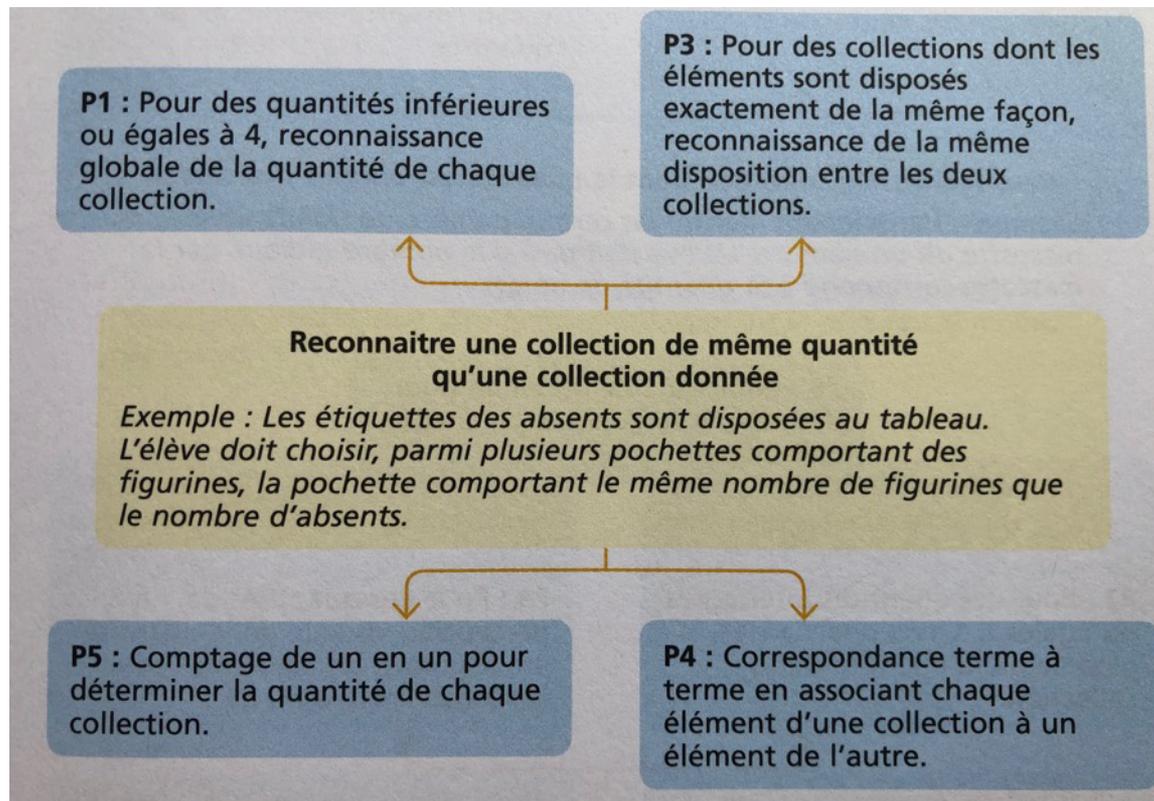
- Qu'il faut respecter l'ordre de la suite écrite des nombres sans en oublier
- Que la quantité totale se détermine par l'écriture chiffrée du dernier élément posé.



# EXEMPLES CONCRETS



\*source: Nathalie Pfaff



**P1** : Pour des quantités inférieures ou égales à 4, reconnaissance globale de la quantité de chaque collection.

**P3** : Perception visuelle de la disposition des éléments de la collection donnée et reproduction de la même disposition.

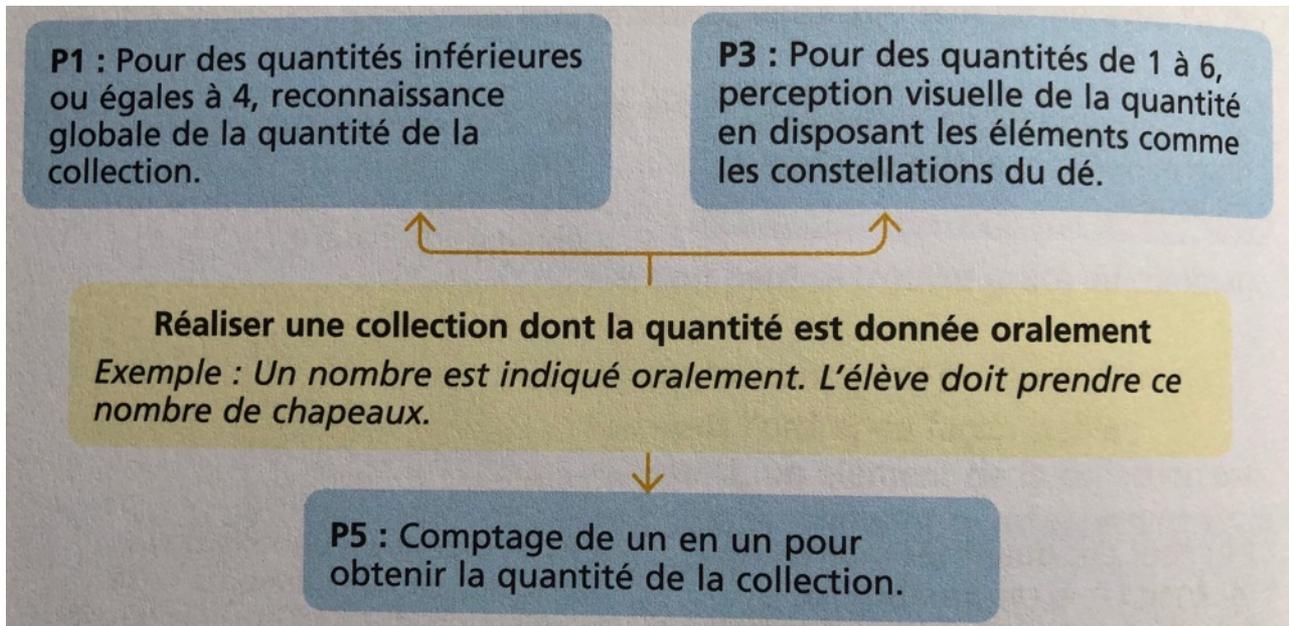
**Réaliser une collection de même quantité qu'une collection donnée**

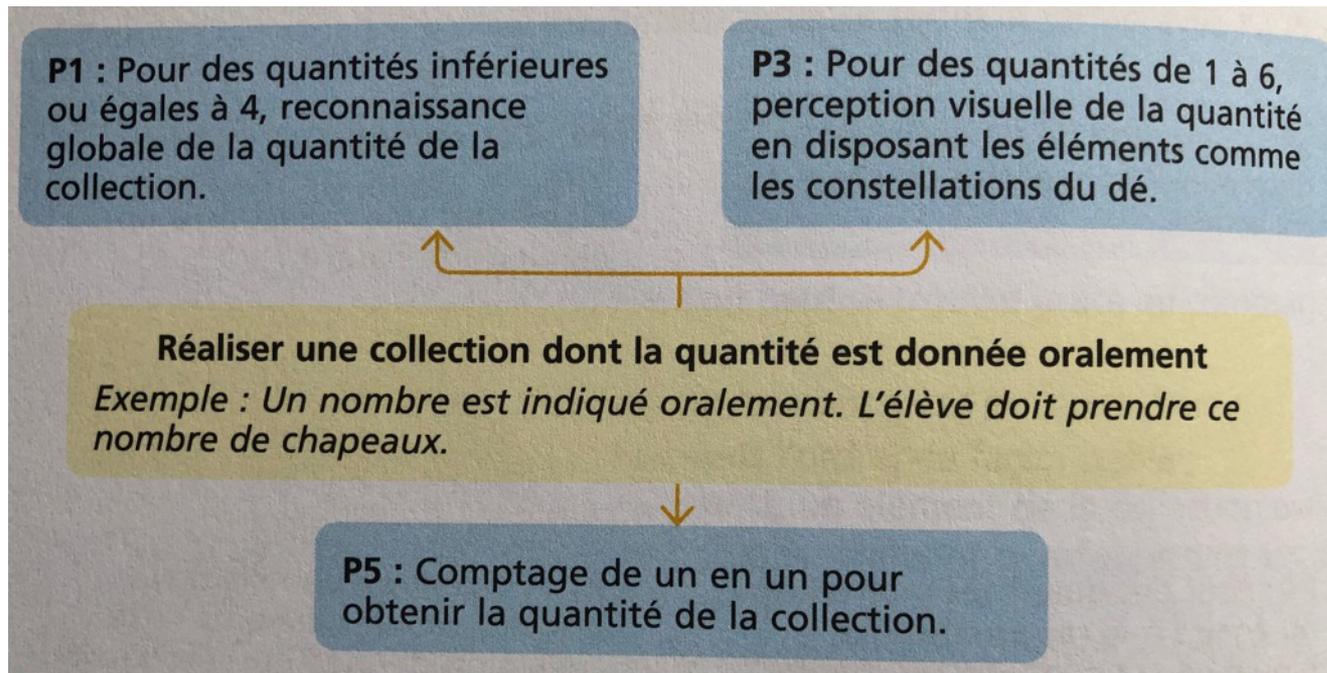
*Exemple : Une collection de têtes est présentée. L'élève doit prendre le même nombre de chapeaux que de têtes.*

**P5** : Comptage de un en un pour déterminer la quantité de chaque collection.

**P4** : Correspondance terme à terme en associant chaque élément d'une collection à un élément de l'autre.







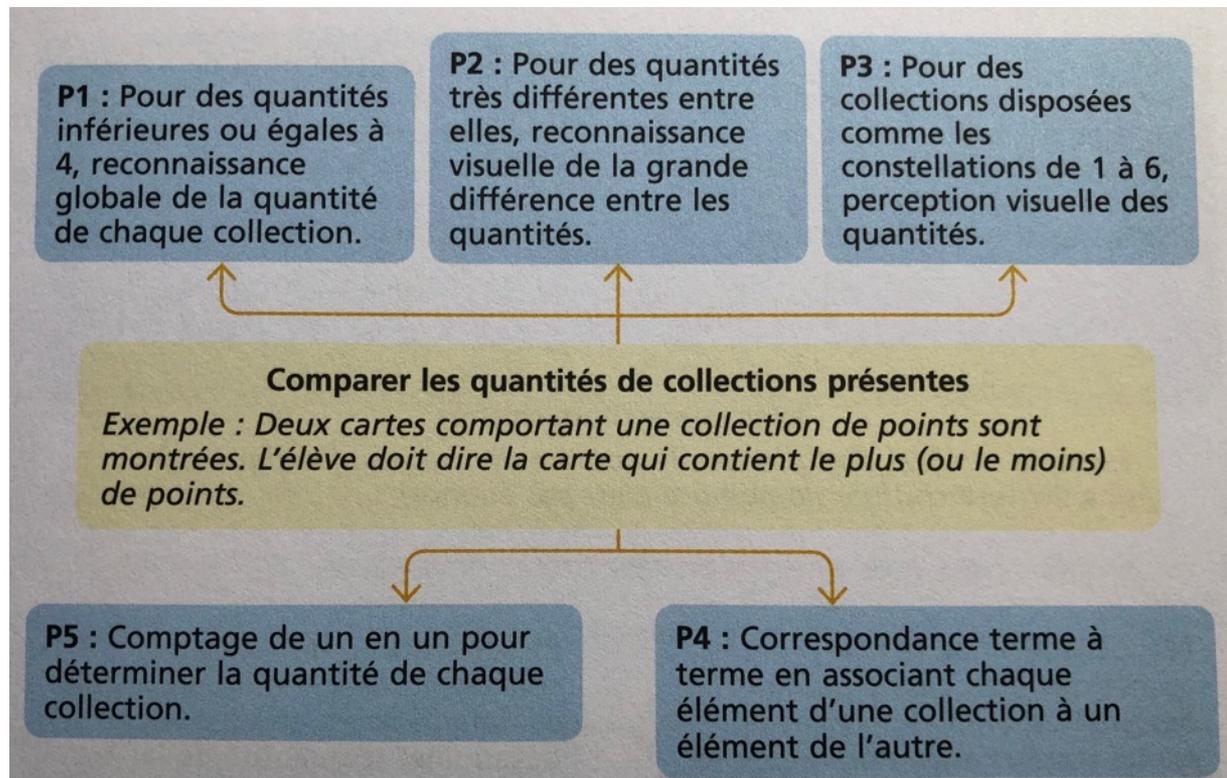
**P1** : Pour des quantités inférieures ou égales à 4, reconnaissance globale de la quantité de la collection.

**P2** : Pour des collections disposées comme les constellations de 1 à 6, reconnaissance visuelle de la quantité.

**Indiquer oralement la quantité d'une collection**  
*Exemple : L'élève doit indiquer la quantité de crayons montrés par l'enseignant.*

**P5** : Comptage de un en un pour déterminer la quantité de la collection.





**P1** : Pour des quantités inférieures ou égales à 4, traduction de l'écriture chiffrée en désignation orale puis reconnaissance globale de la quantité de chaque collection.

**P2** : Pour des collections disposées comme les constellations de 1 à 6, traduction de l'écriture chiffrée en désignation orale puis reconnaissance visuelle de la quantité.

**Reconnaitre une collection dont la quantité est donnée avec une écriture chiffrée**

*Exemple : Un nombre est indiqué par son écriture chiffrée (sans être énoncé). L'élève doit choisir, parmi des boites contenant des jetons en quantités différentes, la boite avec le nombre donné de jetons.*

**P6** : Utilisation de la frise numérique sans passer par la désignation orale en posant un élément sur chaque nombre de la frise.

**P5** : Traduction de l'écriture chiffrée en désignation orale puis comptage de un en un pour déterminer la quantité de chaque collection.



**P1** : Pour des quantités inférieures ou égales à 4, reconnaissance globale de la quantité de la collection puis traduction de la désignation orale en écriture chiffrée.

**P3** : Pour des quantités de 1 à 6 dont les éléments sont disposés comme les constellations du dé, perception visuelle de la quantité puis traduction de la désignation orale en écriture chiffrée.

**Indiquer avec une écriture chiffrée la quantité d'une collection**  
*Exemple : Les étiquettes des absents sont disposées au tableau. L'élève doit choisir, parmi les étiquettes comportant les écritures chiffrées des nombres, l'étiquette correspondant au nombre d'absents.*

**P6** : Utilisation de la frise numérique sans passer par la désignation orale en posant un élément sur chaque nombre de la frise.

**P5** : Comptage de un en un pour déterminer la quantité de la collection puis traduction de la désignation orale en écriture chiffrée.



1

Avoir connaissance des différentes **classes de problèmes** possibles

2

Identifier des **situations de référence**

3

Pour chaque situation, identifier toutes les **procédures de résolution** possibles, les connaître (analyse préalable de la situation)

4

**Choisir des valeurs pour une ou plusieurs variables** de la situation de référence

**Faire acquérir** la procédure de résolution associée aux élèves

5

**Faire varier une valeur d'une des variables** de la situation

**Faire évoluer** la procédure de résolution associée aux élèves

6

Continuer de faire varier les valeurs des variables de la situation

Amener les élèves à mettre en œuvre des stratégies (procédures efficaces et économiques)



## Enjeux :

1- faire acquérir aux élèves l'ensemble de ces procédures dans des **problèmes pour apprendre** (situations de référence)

2- Lors des **résolutions de problèmes similaires**,

- ✓ Faire expliciter les différentes procédures possibles
- ✓ Faire émerger les raisons de l'efficacité d'une procédure par rapport à une autre
- ✓ Chacune des procédures peut être une **stratégie** à un moment donné.

En effet: mettre en œuvre une **stratégie**,

c'est mettre en œuvre la **procédure la plus efficace et économique**

**EN FONCTION des caractéristiques de la collection** à dénombrer.



## A retenir