

Le nombre à l'école maternelle:

S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur les apprentissages des élèves

Partie 2: Produire une collection qui a même quantité que ...
« Comment faire varier la mise en œuvre d'une situation pré-numérique ? »





Apports théoriques

Analyse de la variation d'une
situation : un dans chaque tirelire

Apports théoriques



Apports théoriques

Analyse de la variation d'une situation : un dans chaque tirelire

Apports théoriques

La didactique des mathématiques



« Elève »



Itinéraires cognitifs
(progressions)



Pratiques enseignantes

Savoirs et connaissances



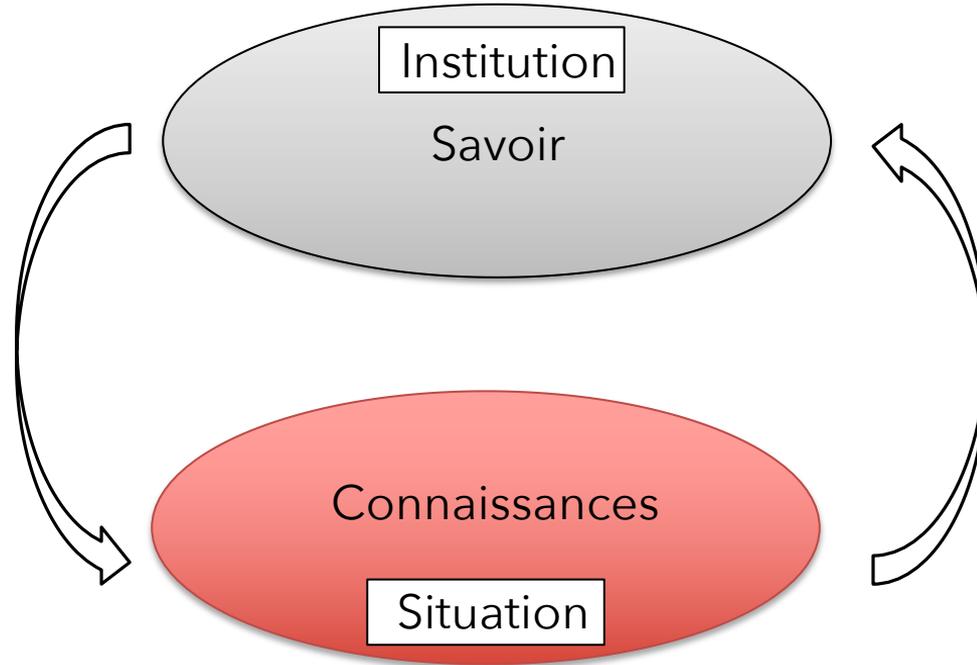
« Le **savoir** se forme à partir de problèmes à résoudre, c'est-à-dire de **situations à maîtriser**[...],

les conceptions des élèves sont **façonnées par** les **situations** qu'ils ont rencontrées.

Vergnaud



Source : G. Brousseau



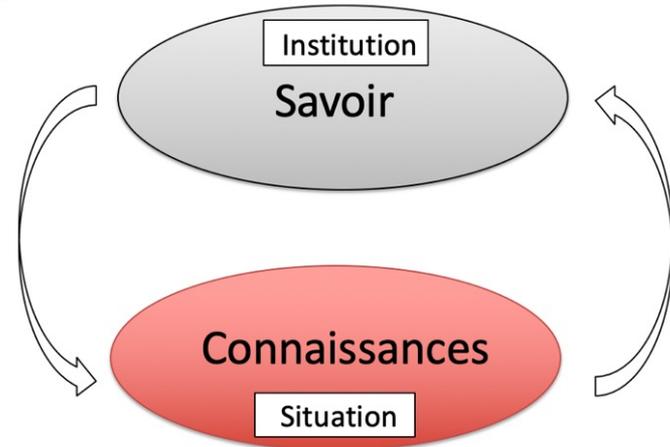


Processus d'apprentissage

Apprentissage par acculturation



Apprentissage par adaptation





Apprentissage par acculturation



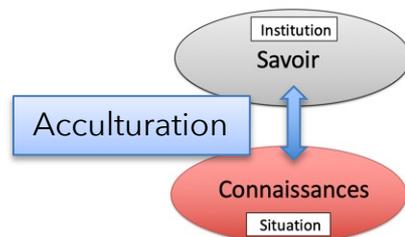
- L'enseignant **expose le savoir**, par un texte oralisé.

La suite orale des nombres



- L'enseignant s'assure que ce savoir pourra **engendrer** des « **connaissances en situation** » (répétition, changement de contextes, ...)

Comptines numériques



- L'acculturation est une tentative de réduction de l'écart savoir / connaissances



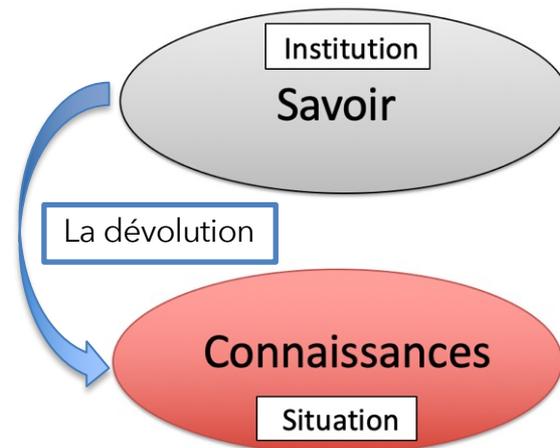
Apprentissage par adaptation

La dévolution

- Le savoir est dans un premier temps « caché » aux élèves.
- La dévolution doit permettre à l'élève de comprendre le but à atteindre, de s'engager dans la recherche: il essaie par tous les moyens à sa disposition de résoudre le problème posé.

Rôle de l'enseignant:

- suspendre son action directe pendant un temps pour **observer comment procèdent les élèves**, comment ils agissent,
- intervenir pour reformuler la consigne, (faire) expliciter les raisonnements, les démarches



ACTION

MANIPULATION



Source : G. Brousseau



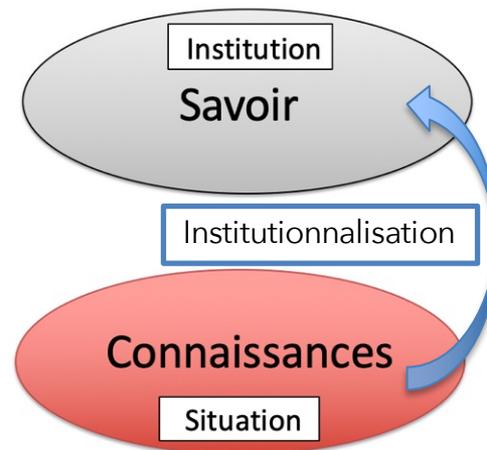
Apprentissage par adaptation

Processus d'institutionnalisation

Le processus d'institutionnalisation consiste à rapprocher progressivement les **connaissances en situation** du **savoir dans l'institution** mathématiques

Rôle de l'enseignant

- **Verbaliser les démarches** pour réussir la tâche, résoudre le problème posé
- **Formuler**, transmettre les **connaissances utiles**
- Formaliser le savoir

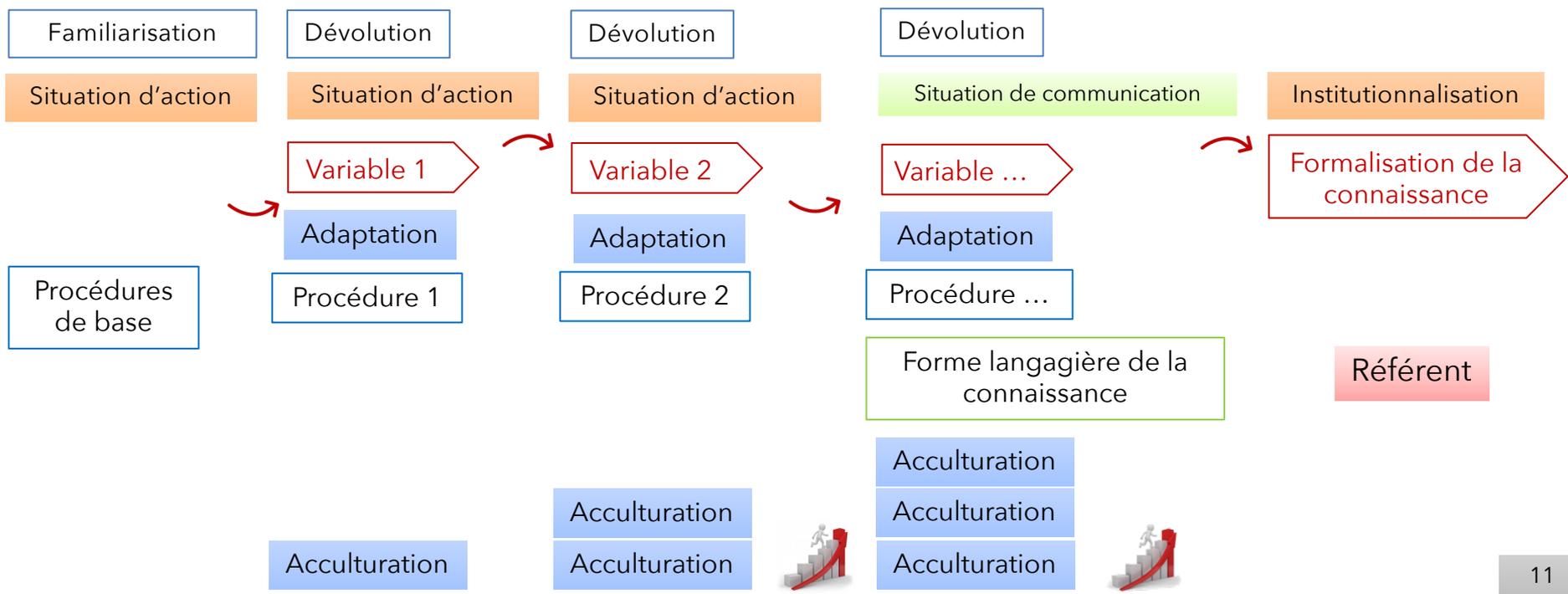


VERBALISER

ABSTRAIRE

Apprentissage par adaptation

L'institutionnalisation d'une connaissance est **un processus !**



Apports théoriques



Analyse de la variation d'une situation : un dans chaque tirelire

Apports théoriques





Une situation : « un dans chaque tirelire »

13

Un dans chaque tirelire

Niveau de classe

PS et MS.

Période

Période 5 en PS ; à partir de la période 2 en MS.

Organisation

Ateliers d'environ 6 élèves.

Matériel

Pour le groupe :

- De 6 à 20 récipients opaques, avec un couvercle comportant une fente, pouvant servir de tirelires.
- Des jetons pouvant être introduits dans les fentes de ces récipients, nettement plus nombreux que les récipients.

Une situation : « un dans chaque tirelire »

- Produire une collection qui a « même quantité que » / « même cardinal que »

Présentation de l'activité aux élèves



1 Pour ce jeu, nous avons des boîtes et beaucoup de jetons.



2 Pour gagner à ce jeu, il faut mettre exactement un jeton dans chaque boîte, comme ça.

Favoriser la compréhension de la consigne
Explicitation des règles du jeu en appui sur le support matériel

Une situation : « un dans chaque tirelire »

- Produire une collection qui a « même quantité que » / « même cardinal que »



3

S'il y a une boîte sans jeton, comme ça, c'est perdu.



4

S'il y a deux jetons dans la même boîte, comme ça, c'est perdu.

Simulation VISUELLE de la réussite au jeu proposé
(réussite de la tâche)



Une situation : « un dans chaque tirelire »

- Produire une collection qui a « même quantité que » / « même cardinal que »



5

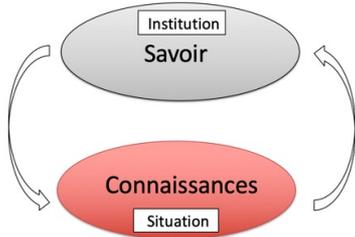
Jules, tu veux essayer de mettre les jetons comme il faut pour gagner... bravo, tu as réussi !
Léna, tu veux essayer aussi ? Parfait, tu as réussi.

Vérifier la compréhension de la consigne:

- faire faire un exemple par les élèves
- Identifier le but à atteindre

Tâche de l'enseignant:

- **Etape 1:** identifier les différentes manières de procéder pour résoudre un problème donné



Mise en activité:

Se mettre à la place de l'élève et jouer.

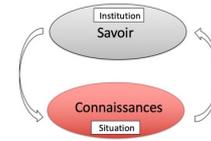
- Trouver **deux à trois manières de procéder possibles.**
- Quelles sont les **connaissances utiles** à l'élève pour réussir cette première phase du jeu?



	Procédures	Connaissances utiles
1		
2		



5 minutes

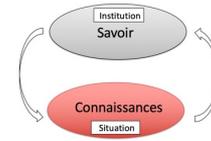


Tâche de l'enseignant:

- **Etape 1:** identifier les différentes manières de procéder pour résoudre un problème donné



	Manière de procéder, d'agir	Connaissances utiles pour agir
1	Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte. Erreurs possibles: en oublier, en mettre deux dans une tirelire	Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme

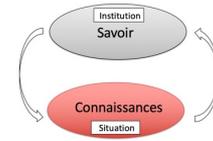


Tâche de l'enseignant:

- **Etape 1:** identifier les différentes manières de procéder pour résoudre un problème donné



	Manière de procéder, d'agir	Connaissances utiles pour agir
1	Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte. Erreurs possibles: en oublier, en mettre deux dans une tirelire	Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme
2	Organiser les tirelires en lignes Prendre un jeton à la fois et le placer dans chacune des tirelires	Idem procédure 1 + Savoir organiser une collection d'objets



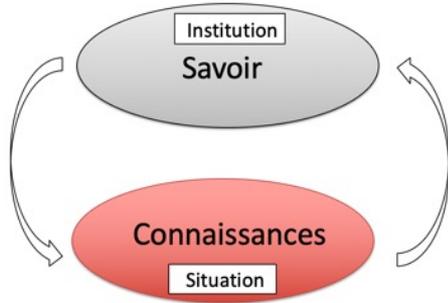
Tâche de l'enseignant:

- **Etape 1:** identifier les différentes manières de procéder pour résoudre un problème donné

	Manière de procéder, d'agir	Connaissances utiles pour agir
1	Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte. Erreurs possibles: en oublier, en mettre deux dans une tirelire	Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme
2	Organiser les tirelires en lignes Prendre un jeton à la fois et le placer dans chacune des tirelires	Idem procédure 1 + Savoir organiser une collection d'objets
3	Dénombrer la quantité de tirelires La mémoriser Réaliser une quantité de jetons équivalente. Mettre un jeton par tirelire. Valider	Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure numérique Savoir quantifier une quantité par une procédure de comptage.



Une situation : « un dans chaque tirelire »



Utiliser le nombre comme outil pour résoudre le problème posé.
Produire une collection d'objets qui a « **même quantité que** »/
« **même cardinal** » qu'une autre collection d'objets

Savoir que la quantité d'une collection d'objet ne change pas si on modifie la disposition spatiale des objets, ou la nature des objets



Où est l'adaptation ?

Tâche de l'enseignant:

- **Etape 2: identifier les variables** à utiliser pour amener l'élève à s'adapter et à changer sa manière de procéder pour résoudre un problème donné



Savoir lié à la procédure 2 :



Savoir que la quantité d'une collection d'objet ne change pas si on modifie la disposition spatiale des objets, ou la nature des objets

Mise en activité:

Quelle **variable didactique** provoque un **apprentissage par adaptation**?

Comment amener l'élève à passer



procédure 2

procédure 1



5 minutes

Tâche de l'enseignant:

- **Etape 2: identifier les variables** à utiliser pour amener l'élève à s'adapter et à changer sa manière de procéder pour résoudre un problème donné



Attention ! maintenant que vous avez bien compris ce qu'il faut faire, ça va devenir plus difficile. Je mets des couvercles sur les boîtes ; avec les fentes, cela fait comme des petites tirelires.



Variable :
cacher ce qui est dans la tirelire

La **perception visuelle** ne suffit plus....

Nécessité de **s'adapter**, de **construire une autre procédure**

L'**adaptation** va permettre de **construire une nouvelle connaissance**



Rôle de l'enseignant: Re-proposer **la même situation** aux élèves, puis ses variantes

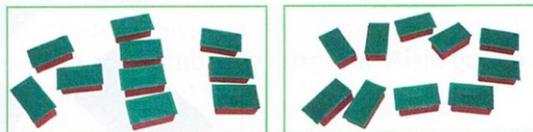
Prolongements et variantes

Quand tous les élèves du groupe savent utiliser facilement une procédure, l'enseignant modifie la règle pour les pousser à aller plus loin.

Si les savoirs formulés ci-dessus apparaissent dans l'ordre indiqué, la règle interdira donc de déplacer les tirelires au moment où on met le jeton, puis de les déplacer à n'importe quel moment.

Quand les tirelires ne peuvent pas être déplacées, il faut structurer mentalement la collection pour y voir des configurations : « Je vais remplir d'abord cette ligne, puis celle-ci, je vais remplir ce paquet, puis celui-ci, puis celui-là. »

- Pour cela, quand on mettra en place cette dernière version de la règle du jeu, on placera les tirelires dans des configurations faciles à structurer, par exemple celles-ci :



- Ensuite, on proposera des configurations moins organisées comme la suivante. On invitera alors les élèves à montrer avec le doigt le parcours qu'ils vont utiliser, avant de placer les jetons.



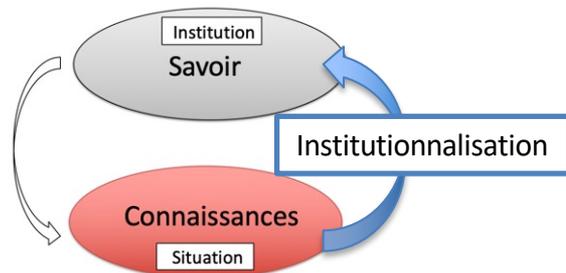
Variables didactiques



Tirelires non déplaçables

Tirelires non déplaçables, mais organisées

Tirelires non déplaçables, non organisées



Rôle de l'enseignant :
Formuler les savoirs en jeu

Exemples de formulation des savoirs par l'enseignant

- Pour gagner, je mets un jeton dans une tirelire et je pose cette tirelire loin des autres. Puis je mets un jeton dans une autre tirelire et je la pose à côté de la première, etc.
- Pour gagner, je peux mettre les tirelires en ligne. Ensuite je mets les jetons en commençant par un bout de la ligne.
- Quand je ne peux pas déplacer les tirelires (voir prolongements ci-dessous), je les regarde bien : quelquefois elles forment déjà des lignes. Je peux mettre les jetons en suivant ces lignes.

Tâche de l'enseignant:

- **Etape 2: identifier les variables** à utiliser pour amener l'élève à s'adapter et à changer sa manière de procéder pour résoudre un problème donné



Savoir lié à la procédure 3 :



Utiliser le nombre comme outil pour résoudre le problème posé.
Produire une collection d'objets qui a « **même quantité que** »/ « **même cardinal** » qu'une autre collection d'objets

Mise en activité:

Quelle **variable didactique** provoque un **apprentissage par adaptation**?

Comment amener l'élève à passer



procédure 3

procédure 2



5 minutes



Variables

Vers la procédure 3

Effet sur l'élève / Adaptation

éloignement dans l'espace

Utiliser une collection intermédiaire
(doigts, comptine orale...)
Comparaison indirecte

éloignement dans le temps

Coder une collection intermédiaire
(dessin, code écrit...)

communication à autrui

On ne porte plus la totale
responsabilité de la réussite au jeu
Segmentation de la tâche

Apports théoriques

Analyse de la variation d'une situation : un dans chaque tirelire



Apports théoriques



Source : G. Brousseau

Apprentissage par acculturation et adaptation :

➤ Deux mouvements complémentaires du plan didactique

- La Théorie des Situations Didactiques considère les deux mouvements (adaptation/acculturation) comme nécessaires
- Brousseau a privilégié **l'adaptation en situation** mais il a toujours considéré que l'enseignement par adaptation n'était pas nécessaire pour tous les savoirs mathématiques.

Apprentissage par acculturation



Apprentissage par adaptation

La « **quantité** » et la « **position** » se définissent comme connaissances
EN **SITUATION** :

« Avoir même quantité que » / « avoir même position » :

ont un **SENS** d'abord **DANS UNE SITUATION**
puis dans des situations similaires

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois

- **d'exprimer des quantités** (usage cardinal)
- **d'exprimer un rang ou un positionnement** dans une liste (usage ordinal)

Cet apprentissage demande du temps et la confrontation à des situations impliquant des activités numériques et pré-numériques.

Point de vigilance

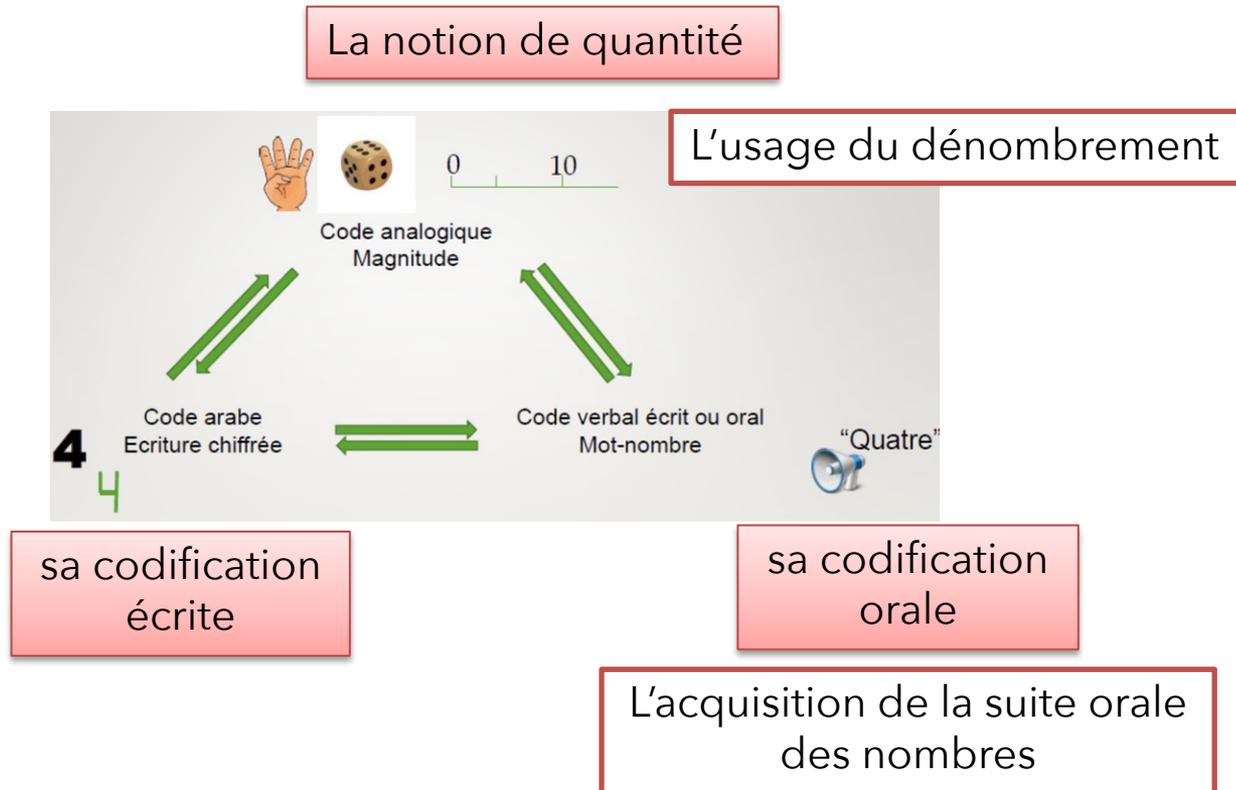
L'élève (même s'il a réussi) doit être confronté de nombreuses fois à la **même situation**.

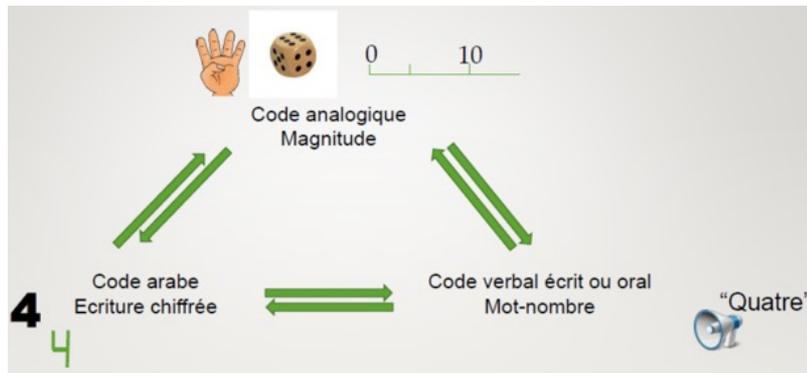
Dans l'apprentissage du nombre à l'école maternelle, il convient de:

- *faire construire le nombre pour exprimer les **quantités**,*
- *stabiliser la connaissance des petits nombres*

L'enseignant favorise le **développement très progressif** de chacune de ces dimensions pour contribuer à la **construction de la notion de nombre**.

La **construction du nombre** s'appuie sur





Chez les jeunes enfants, ces apprentissages

se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner

l'enfant peut, par exemple:

- savoir réciter assez loin la comptine numérique
- sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection.

Construction du nombre

Nombre objet

Objet d'apprentissage

Apprentissage
par acculturation

*savoir réciter assez loin la
comptine numérique*

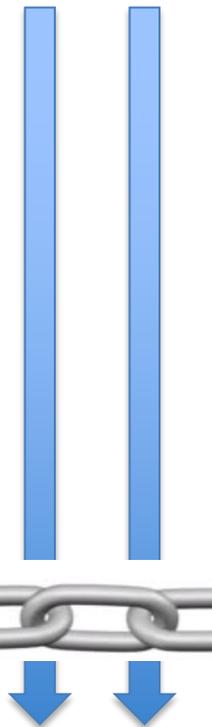
savoir réciter assez loin
la comptine numérique

Nombre outil

Outil utile pour
résoudre un problème

Apprentissage
par adaptation

savoir l'utiliser pour
dénombrer une collection



Délimitation du domaine d'enseignement du nombre à la maternelle

- Une décision des programmes: sans s'interdire de traiter des nombres plus grands, **assurer la connaissance des nombres jusqu'à dix.**

Comment découper le savoir à enseigner ?

- Prendre appui sur des **situations de référence**
- **Situations « pré-numériques »**: construction, exploration et **désignation de collections**: l'énumération, le tri, l'ordre.
- **Situation numériques**: **enseignement de la quantité, de la cardinalité et de l'ordinal**, l'exploration de situations de composition: décompositions additives

Des collections

Les élèves de la classe



TPS-PS



Codage des collections

Les élèves de la classe

Désigner les élèves par leur prénom, à l'oral

Etiquettes photos

Etiquettes prénoms

Collection équivalente du point de vue de la quantité, mais non identiques

Caractéristiques des **situations** d'apprentissage par adaptation

- La consigne définit un **but à atteindre** que l'élève peut comprendre avec des connaissances plus élémentaires que celles nécessaires à la résolution du problème.
- L'élève peut s'engager dans la résolution du problème sans disposer de la connaissance visée (mais existence d'une stratégie de base)
- La situation comporte **des rétroactions** permettant à l'élève de **se rendre compte par lui-même qu'il a réussi ou échoué.**
- La **vérification du résultat** peut donner à l'élève des informations sur **ce qu'il faut faire pour réussir**

L'analyse préalable (a priori) donne une démarche à l'enseignant pour analyser une situation avant de la proposer à ses élèves

Démarche pour l'analyse d'une situation:

- Identifier le **savoir en jeu**
- Identifier les **manières de procéder**, les **procédures justes** que les élèves peuvent mettre en œuvre
- Identifier les **erreurs prévisibles**
- Identifier les **modes de validations** possibles
- Déterminer les **variables de la situation** pour amener les élèves à s'adapter, à développer de nouvelles manières de procéder et donc, de nouvelles connaissances

Mise en activité:

Se mettre à la place de l'élève et jouer. Trouver **deux procédures possibles**.

Quelles sont les **connaissances utiles** à l'élève pour réussir cette première phase du jeu?



5 minutes

	Procédures	Connaissances utiles
1		
2		

Le matériel proposé, une **variable importante** dans les situations

configuration modifiable ou non modifiable ?

Pour être à même de réaliser ce travail, le professeur doit donc pointer les connaissances:

-dans les situations à **configurations modifiables**: distinguer à tout moment ce qui est déjà traité (compté, etc...) et ce qui n'est pas encore traité

-dans les situations à **configurations non modifiables** : connaître les propriétés de l'espace graphique (lignes, colonnes) et leur usage pour savoir ce qui est déjà traité et ce qui n'est pas encore traité.

Construire des liens entre les situations

Traces de vos prises de notes via SDUNCI

Après chaque phase importante, choisissez une initiale qui illustre un élément que vous souhaitez partager.

Phase	S,D,U,N,C ou I ?	Pour moi	Pour mes pratiques en classe

Surprenant ? ce auquel je n'avais jamais pensé avant

Déroutant ? ce qui remet en question des convictions profondes chez moi

Utile ? ce que je pense pouvoir utiliser, réinvestir, à court terme

Nouveau ? ce que ça m'apprend aujourd'hui

Connu ? ce n'est pas nouveau pour moi

Intéressant ? ce qui éveille mon intérêt, y compris si ce n'est pas particulièrement ce que je cherchais aujourd'hui



Synthèse - Trace de vos prises de notes via SDUNCI

Après chaque phase importante, choisissez une initiale qui illustre un élément que vous souhaitez partager.

Surprenant ? ce auquel je n'avais jamais pensé avant

Utile ? ce que je pense pouvoir utiliser, réinvestir, à court terme

Connu ? ce n'est pas nouveau pour moi

Déroutant ? ce qui remet en question des convictions profondes chez moi

Nouveau ? ce que ça m'apprend aujourd'hui

Intéressant ? ce qui éveille mon intérêt, y compris si ce n'est pas particulièrement ce que je cherchais aujourd'hui

+

Phase	S,D,U,N,C ou I ?	Pour moi	Pour mes pratiques en formation
Temps 1			
Temps 2			
Temps 3			
Temps 4			

S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur les apprentissages des élèves

Que retenir de cette partie ?



A retenir de cette partie :

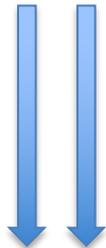
S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur les apprentissages des élèves

Le **nombre OBJET**
D'apprentissage

Apprentissages
par **acculturation**

Verbaliser

Formuler les savoirs en jeu



Le **nombre OUTIL**
pour réussir une tâche proposée par une situation

Apprentissage par **adaptation**

Adaptation par le **choix de variables**

Analyse préalable des tâches proposées aux élèves

Comment va faire l'élève?
Quelles **connaissances utiles** va-t-il mobiliser?
Quelle **connaissance à construire**?

Mieux intervenir auprès d'un élève