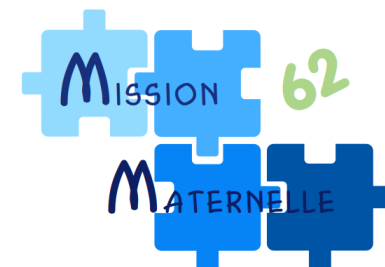
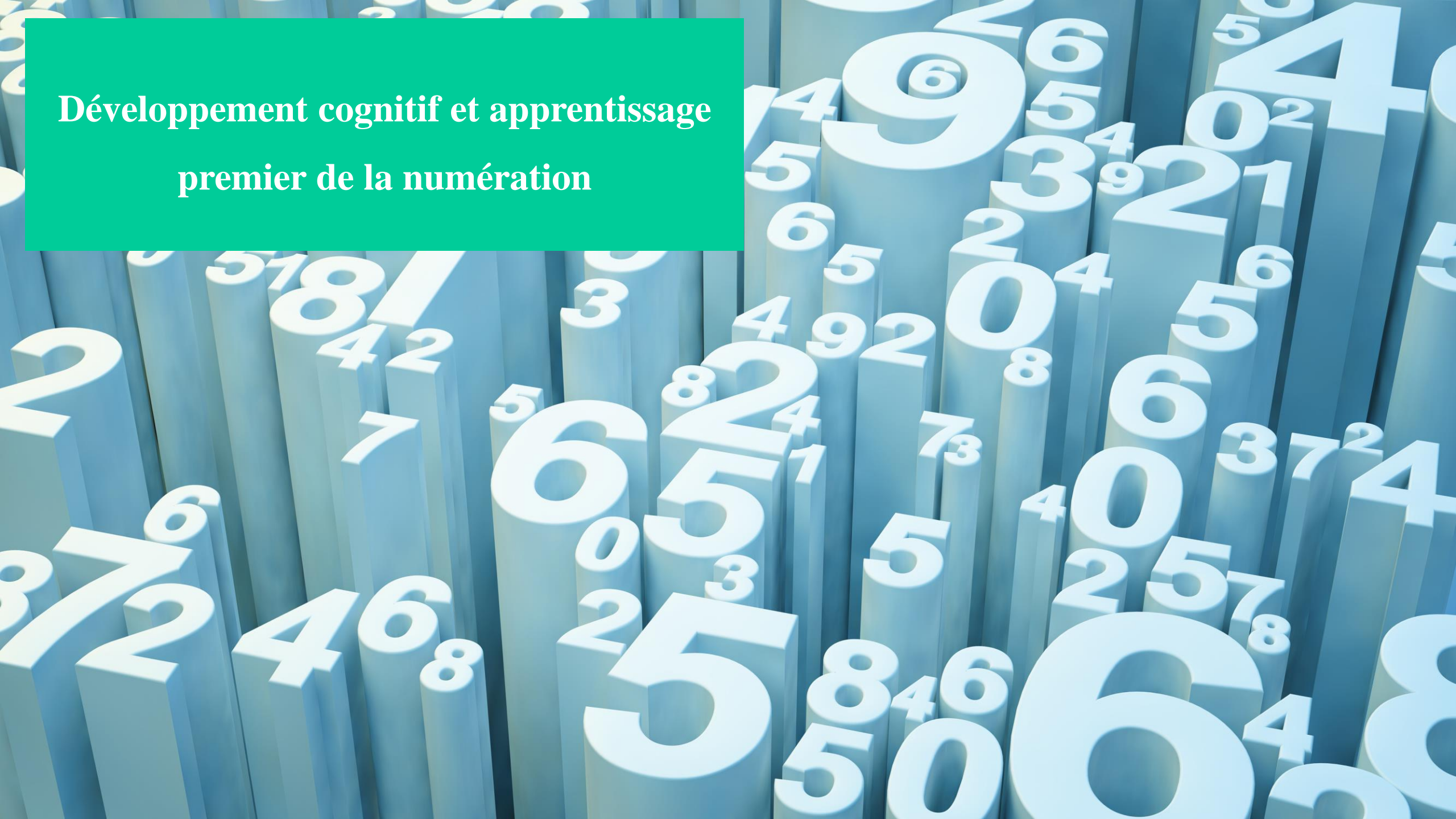




Accompagnement au guide



Développement cognitif et apprentissage
premier de la numération



Développement cognitif et apprentissage premier de la numération

- **Un sens précoce des quantités et du calcul** : des recherches montrent que le bébé est capable d'estimer visuellement et auditivement des différences de numérosité dans son environnement. Des intuitions de calcul sont également présentes chez les bébés.
- **L'apprentissage des mots-nombres** : très tôt, les enfants sont capables de compter quelques objets. Mais ils n'en comprennent pas le sens. Pour eux, c'est réciter une comptine. On parle alors de *comptage-récitation*. Les enfants atteignent le *comptage-énumération* lorsqu'ils sont capables de comprendre que le dernier nombre énoncé représente le nombre d'éléments de l'ensemble. L'apprentissage se fait progressivement car des études ont prouvé que les enfants apprennent le sens des premiers nombres un par un et dans l'ordre.
- **Le comptage sur les doigts** : l'utilisation des doigts est une phase importante car il s'agit d'un premier pas vers l'abstraction puisque l'enfant admet qu'une même quantité peut être représentée par différents moyens. Les doigts pourraient être considérés comme un outil de transition entre des codes analogiques de représentation des quantités et des codes purement symboliques (mots-nombres et chiffres arabes). Les doigts permettent aussi aux enfants de se détacher des supports matériels pour résoudre des problèmes.
- **L'apprentissage des chiffres** : les chercheurs indiquent que les enfants devraient d'abord apprendre à associer des mots-nombres à des collections d'objets puis associer des nombres écrits en chiffres à ces mêmes collections avant d'apprendre la correspondance entre les mots-nombres et les nombres écrits en chiffres. Les activités dans lesquelles on mêle les trois codes (verbal, visuel, analogique) sont importantes.

Progression des compétences numériques en maternelle en France

Subitizing ou subitisation : perception des petites quantités de manière immédiate et précise sans recours au comptage (de 1 à 3 ou 4).

| | À partir de 3 ans | À partir de 4 ans ou lorsque les compétences précédentes sont acquises | À partir de 5 ans ou lorsque les compétences précédentes sont acquises |
|---|---|--|---|
| Récitation de la comptine numérique | Peut être connue entre 0 et 10. | Peut être connue entre 15 et 30. | Peut être connue entre 20 et 40. |
| Nombres écrits en chiffres | La moitié des enfants en acquiert la lecture jusqu'à 5. | La lecture est bien acquise jusqu'à 5 et environ la moitié des enfants lit les nombres jusqu'à 10. | La lecture est aisée jusqu'à 10 et environ la moitié des enfants lit les nombres jusqu'à 30. |
| Déterminer et exprimer la cardinalité d'un ensemble³⁷ | Environ la moitié des enfants réussit jusqu'à 7-8. | Les enfants y parviennent jusqu'à 7-8. | Taux de réussite élevé. |
| « Donne-moi N » | Les enfants y parviennent jusqu'à 3-4. | La moitié des enfants y parvient jusqu'à 8-9. | Presque tous les enfants y parviennent jusqu'à 10. |
| Calcul mental | | Les enfants commencent à pouvoir trouver un résultat, à condition que les nombres soient tout petits et qu'on utilise la formulation « et encore » (exemple : « deux et encore un, c'est égal à combien ? »). | Plus de la moitié des enfants répond correctement avec la formulation « plus », là aussi à condition qu'il s'agisse de petits nombres. |

Comment favoriser les apprentissages numériques ?

- **Greffer les symboles sur les intuitions de quantité** : les intuitions des enfants sur les quantités présentes dès la naissance constituent un socle sur lequel l'apprentissage des mathématiques peut s'appuyer. Ce socle doit être conforté par un travail sur le lien quantités et symboles car c'est cette association qui permet aux enfants d'affiner leur perception des quantités numériques et leur intuitions sur les quantités
- **Apprendre en s'exerçant pour développer des automatismes** : il est important de répéter souvent les mêmes activités afin d'automatiser les savoirs et entrer dans des activités de plus en plus complexes (libérer des ressources cognitives).
- **Favoriser l'apprentissage en jouant est source de motivation.** Même si le jeu est une source de motivation, cela n'est pas suffisant : il faut s'inscrire dans une séquence avec un objectif d'apprentissage ou de réinvestissement déterminé.
- **Favoriser la réflexion** : mener des activités dans lesquelles il faut prédire un résultat ou des situations dans lesquelles on ne peut pas transférer directement une procédure apprise comme les activités de dénombrement qui peuvent s'insérer dans des activités de résolution de problèmes.

Apports de la recherche en didactique sur
les premiers apprentissages numériques



Quelles situations pour mettre en œuvre les activités d'apprentissage ?

Les savoirs mathématiques enseignés à l'école primaire sont avant tout des outils pour résoudre des problèmes. Brousseau a conçu une « théorie des situations didactiques » dans laquelle chaque situation a un rôle spécifique dans la construction des connaissances.

Il distingue *5 situations pour favoriser l'apprentissage des concepts mathématiques* :

- La dévolution : le professeur conduit les élèves à s'approprier la tâche et à s'engager dans sa réalisation. Il les familiarise avec le matériel à utiliser, il fait comprendre les contraintes à respecter, leur précise les critères de réussite.
- La situation d'action : les élèves cherchent à réaliser la tâche proposée par le professeur. Ils se confrontent aux contraintes et critères de réussite. Si nécessaire, ils adaptent les procédures au fil des essais. Le professeur supervise le travail.
- La situation de formulation : la tâche exige que l'élève communique oralement ou par écrit.
- La situation de validation : le professeur conduit les élèves à établir ou à réfuter la validité des procédures mises en œuvre.
- L'institutionnalisation : le professeur dégage la généralité des procédures rencontrées en classe. Il conduit les élèves à apprendre que les procédures utilisées pour résoudre un problème pourront être utilisées pour résoudre d'autres problèmes analogues.

Quelles situations pour mettre en œuvre les activités d'apprentissage ?

Les 5 situations décrites précédemment contribuent à l'apprentissage mathématique mais également à l'apprentissage de la conduite à adopter pour apprendre : agir pour atteindre l'objectif défini par la question ou la consigne ; dire comment on a procédé ; comprendre pourquoi on a réussi ou non ; écouter les autres ; savoir qu'il y a des connaissances à en apprendre qui pourront être réutilisées dans d'autres situations ...

Magali Hersant rappelle que le rôle du professeur est majeur dans la définition et la mise en place des conditions d'apprentissage tout comme dans l'attitude qu'il adopte face aux élèves (valoriser les essais, rassurer ...).

Allard et Mamede mettent en garde : la volonté de rendre les situations ludiques se fait parfois au détriment des enjeux de savoirs.

Les fonctions du nombre

A l'école maternelle, le nombre a trois fonctions enseignées :

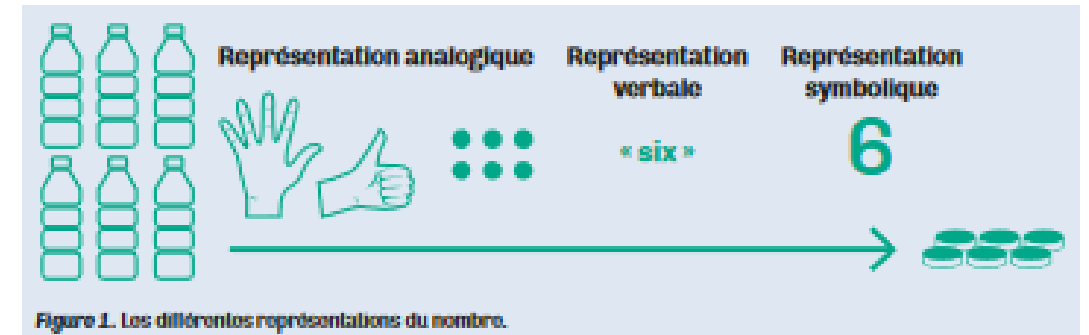
- Le nombre sert à **exprimer une quantité** (*fonction cardinale*)
- Le nombre sert à **indiquer un rang, une position** (*fonction ordinale*)
- Le nombre sert à **comparer** et à **calculer**.

Il y a une autre fonction qui ne relève pas des programmes : le nombre pour désigner (nombre-étiquette) comme par exemple pour indiquer les numéros des joueurs.

Les représentations du nombre pour l'enseigner

Afin de conserver la mémoire d'une quantité ou d'une position, on utilise trois types de représentations :

- La **représentation analogique** (constellations, doigts ...)
- La **représentation verbale** (mot-nombre)
- La **représentation symbolique** (écriture chiffrée)



Pour se souvenir d'une quantité, on peut la représenter par un collection équipotente c'est-à-dire qui a le même nombre d'objets. On peut utiliser une représentation analogique de la quantité.



Il y a représentation verbale lorsque l'enfant associe un nom de nombre à la quantité d'objets.

Pour mémoriser une quantité par exemple, l'enfant peut aussi utiliser une écriture chiffrée qui est une représentation symbolique.

Comme l'expliquent Charnay et Valentin, comprendre la nécessité de conserver la mémoire de la quantité constitue sans doute une première étape vers l'apprentissage du nombre. A l'école maternelle de nombreuses situations doivent être proposées pour favoriser ce passage de la quantité au nombre.

Enseigner le passage de la quantité au nombre

Gréco a constaté que certains enfants qui comptent le même nombre de jetons dans deux lignes de longueurs différentes affirment pourtant qu'il y a plus de jetons dans la ligne la plus longue.

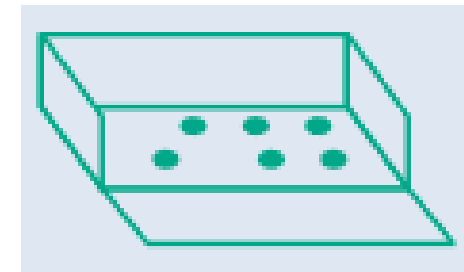
Deux éléments sont à mettre en avant :

- Les enfants doivent apprendre l'indépendance entre la quantité d'objets et l'organisation spatiale de la collection; c'est-à-dire la **conservation des quantités**. Ils doivent comprendre que dans une collection d'objets, il y a une et une seule quantité d'objets (peu importe la disposition, la longueur des lignes sur lesquelles on pose 8 jetons par exemple).
- Pour certains enfants, le nombre n'est pas encore un indicateur de la quantité. Brissiaud l'explique en distinguant la maîtrise de l'utilisation de la comptine numérique (**comptage-numérotage**) et celle du **dénombrement**. Certains enfants attribuent un nom de nombre à chaque jeton sans que ce nom exprime le nombre de jetons. Ils ont compris la fonction ordinale du nombre mais pas sa fonction cardinale.

Les professeurs doivent donc être vigilants et proposer des situations d'apprentissage spécifiques : un élève qui compte jusqu'à huit lorsqu'il y a huit objets à dénombrer n'a pas forcément compris que le dernier mot-nombre représente la quantité totale.

Analyses de situations

Vers la fonction cardinale du nombre : *les voyageurs*



Situation

Après un temps de familiarisation avec le matériel, chaque élève dispose d'une boîte qui représente un wagon et au fond de laquelle est posée une fiche amovible avec des ronds dessinés qui représentent les sièges des voyageurs. Une autre boîte, contenant les voyageurs, est posée dans un coin de la classe ; depuis cet endroit, on ne voit pas le fond du wagon. Un quai est matérialisé sur le côté du wagon. L'enseignant donne aussi un petit panier à chaque élève pour rapporter les voyageurs.

L'objectif de l'élève sera de rapporter autant de voyageurs qu'il y a de sièges dans le wagon. L'élève devra donc constituer une collection de voyageurs de même cardinal que la collection de sièges. L'éloignement du wagon et de la réserve de voyageurs contraint l'élève à trouver un moyen de garder la mémoire de la quantité. La situation vise ainsi la mise en fonctionnement de la fonction cardinale du nombre.

Consigne donnée aux élèves : « *Tu dois aller chercher, en une fois, des voyageurs pour qu'il y ait un voyageur par siège, pas de siège sans voyageur, pas de voyageur sans siège. Tu utilises ton panier pour rapporter les voyageurs.* »

Analyses de situations

Vers la fonction cardinale du nombre : *les voyageurs*

Analyse

La formulation « il doit y avoir un voyageur par siège, pas de voyageur sans siège, pas de siège sans voyageur » exprime la condition de la réussite. Cette condition permet aux élèves de valider ou d'invalider seuls leur production. Il est très important que l'élève comprenne que sa réussite relève du respect ou non de ces conditions posées au départ.

Cette formulation présente plusieurs avantages. C'est d'abord une façon non ambiguë de demander de prendre le même nombre de voyageurs que de ronds sans utiliser les mots « combien », « nombre » ou « autant ». Ces mots risqueraient en effet d'orienter les élèves vers des procédures de dénombrement sans qu'ils ressentent vraiment cette nécessité mathématique. Par ailleurs, le mot « autant » peut être inconnu ou mal compris des jeunes élèves.

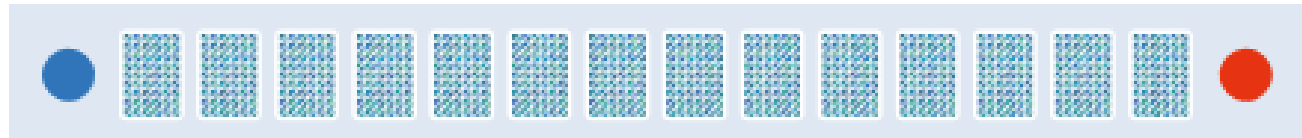
La consigne donnée correspond à une **situation d'action** visant la construction du nombre comme mémoire de la quantité. La consigne « Lucie va maintenant aller chercher les voyageurs à ta place. À toi de lui donner les informations pour cela. Il faut toujours un voyageur par place, pas de place sans voyageur, pas de voyageur sans place » correspond à une **situation de formulation** qui sera utilement proposée dans le prolongement de la situation d'action pour pousser l'élève à formuler la quantité de voyageurs à aller chercher.

Analyses de situations

Vers la fonction ordinale du nombre : *l'escargot*

Situation

Quatorze cartes à jouer, dont le verso est identique, sont alignées sur une table ou sur le sol. À l'une des extrémités est positionné un disque bleu, à l'autre un disque rouge. Un élève ferme les yeux. Pendant ce temps, à la vue des autres élèves, le professeur cache sous une des cartes un dessin d'escargot. L'élève qui a fermé les yeux doit retrouver où est caché l'escargot. Les autres élèves peuvent l'aider, mais n'ont pas le droit de montrer l'emplacement de la carte, ils peuvent seulement expliquer avec des mots.



L'objectif est que l'élève utilise le nombre pour repérer la position de la carte sous laquelle est caché l'escargot. C'est donc bien la fonction ordinale du nombre qui est travaillée ici. Attention, le nombre permet de repérer une carte à la condition d'indiquer à partir de quelle extrémité on commence à compter.

Analyses de situations

Vers la fonction ordinale du nombre : *l'escargot*

Analyse

- La **situation de dévolution** : Les disques bleu et rouge sont positionnés, mais l'enseignant ne dit rien sur leur usage. Il est en effet important que les élèves utilisent d'eux-mêmes ces repères pour désigner la position de l'escargot. Pour que chaque élève comprenne bien le problème, et en particulier n'y voie pas un jeu de hasard (c'est l'enjeu de la dévolution), il est intéressant d'effectuer une ou deux parties au cours desquelles les élèves peuvent montrer où est caché l'escargot. Empêcher d'indiquer cet emplacement posera alors une contrainte, qui obligera les élèves à trouver une façon de repérer la carte qui masque l'escargot, puis de désigner l'emplacement de cette carte par sa position dans la file de cartes. Pour les premières parties, l'enseignant placera l'escargot à l'une des extrémités, ce qui conduira probablement à des formulations comme « l'escargot est sous la carte juste avant le point rouge » où le nombre n'est pas encore nécessaire. Au fil des parties, l'enseignant éloignera l'escargot des extrémités afin de rendre indispensable l'utilisation du nombre pour désigner sa position dans la file.
- La **situation de validation** : Cette situation est conçue pour rendre possible la validation des propositions des élèves. Les points rouge et bleu évitent toute ambiguïté sur l'origine du comptage et sur le numéro de chacune des cartes. La proposition « tu pars du point rouge et tu comptes quatre cartes » permet ainsi de désigner une carte avant de vérifier que l'escargot est bien sous cette carte en la retournant. Des propositions comme « tu comptes les cartes en partant du point rouge, quand tu es arrivé à 5, c'est la bonne carte » ou « l'escargot est sous la carte numéro 5 en partant du point rouge » ou « l'escargot est sous la cinquième carte en partant du point rouge » seront ainsi validées par le matériel. Ces formulations mobilisent toutes le nombre dans sa fonction ordinale, même celles qui ne comportent pas le mot « cinquième », puisqu'elles désignent bien la position de la carte qui cache l'escargot. L'enseignant a un rôle important pour éviter que les élèves valident à tort certaines procédures. Si un élève indique que « l'escargot est sous la quatrième carte », l'enseignant invitera les élèves à repérer l'ambiguïté tout en maintenant, autant que possible, la validation par le matériel. Il pourra, par exemple, prendre le rôle de l'élève devant valider la proposition et soulever la quatrième carte en partant du disque bleu et ainsi mettre en évidence que l'escargot n'est pas caché sous cette carte.

Egalité filles-garçons en mathématiques à l'école maternelle

De nombreux travaux ont été menés pour étudier les différences genrées de pratiques enseignantes en mathématiques. La plupart ont été menées au niveau de l'école élémentaire et du collège. Annette Jarlégan a montré que les filles et les garçons sont progressivement incités à investir différemment les mathématiques à l'école élémentaire.

Les études qui portent sur l'école maternelle n'indiquent pas de distinction de genre dans la maîtrise des compétences mathématiques. Les choses évoluent toutefois à partir de 6 ans comme le relèvent les résultats aux évaluations CP-CE1. A l'entrée au CP, aux évaluations du mois de septembre, aucune différence de résultats en mathématiques n'est constatée selon le sexe des élèves. Dès les secondes évaluations au CP et plus encore au CE1, les écarts se creusent au détriment des filles.

Une vigilance doit donc être portée sur les choix opérés par l'enseignant comme par exemple :

- Choisir des collections à dénombrer ou des objets à manipuler qui n'ont pas de valeur genrée ou qui sont proposés indifféremment aux filles et aux garçons.
- Interpeller à la même hauteur les filles et les garçons.

Quelles mises en œuvre pédagogiques pour
prendre en compte les besoins de chaque
élève ?



Les étapes de l'apprentissage du nombre

- **Construire une programmation de cycle** : le programme indique les compétences à maîtriser mais il n'identifie pas les étapes nécessaires à leur acquisition. Il ne faut pas envisager la répartition des compétences ciblées dans les programmes car elles sont travaillées tout au long du cycle 1. Il est préférable de procéder à un inventaire des situations et des problèmes qui impliquent les nombres et d'établir une programmation à partir des types de situations et des procédures travaillées.
- **Faire évoluer le rôle de la manipulation** : le rôle de la manipulation doit évoluer pour permettre aux élèves d'accéder à l'abstraction. Le matériel tangible est remplacé petit à petit par des objets manipulables plus figuratifs puis les manipulations sont empêchées. La manipulation n'est pas une finalité mais une étape intermédiaire qui permet d'engager un travail cognitif.
- **Mener un enseignement qui s'appuie sur le langage écrit et le langage oral**. Il faut toujours associer manipulation et verbalisation (notamment pour prendre conscience des procédures utilisées).
- **Mener un enseignement différencié et régulé** qui passe par l'observation des élèves en activité et l'évaluation de leurs acquis.

Construire un enseignement progressif pour la fonction cardinale des nombres

une construction par étapes

Etape 1 : la correspondance terme à terme pour des quantités inférieures, égales ou supérieures à 3.

Objectifs :

- **Commencer à construire la notion de quantité sans faire intervenir la suite numérique orale, sans compter les objets un par un, mais juste en regardant.**
- **Acquérir la procédure de correspondance terme à terme qui servira dans la suite des apprentissages à valider les résultats lors de l'utilisation d'une autre procédure.**

Types de situations et procédures :

- *Réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée en utilisant la correspondance terme à terme.*
- *Comparer les quantités de deux collections en s'assurant qu'il y en a autant. Introduire l'expression autant.*

Exemples :

- Il y a 4 poupées et des assiettes empilées (plus que 4). Les élèves doivent mettre juste ce qu'il faut pour qu'il y ait une assiette par poupée.
- Il y a 5 poupées d'un côté et 5 assiettes un peu plus éloignées des poupées.
- Dire s'il y a assez d'assiettes (sans reste). Les élèves ont la possibilité de déplacer les poupées ou les assiettes.

Etayage langagier :

- Nommer les quantités jusqu'à 3 en utilisant les itérations de 1 (2 c'est 1 et encore 1)
- Introduire la notion de « autant que ... »

Etape 2 : la reconnaissance visuelle et la désignation orale des quantités 1 et 2 puis des quantités de 1 à 3.

Objectifs :

- **Construire une collection de 1 ou 2 éléments puis de 1 à 3 éléments sans faire intervenir la suite numérique orale.**
- **Commencer à nommer les quantités.**
- **Utiliser la procédure de correspondance terme à terme pour valider ses résultats.**

Types de situations et procédures :

- *Réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée par perception visuelle des petites quantités.*
- *Comparer plusieurs collections à une collection donnée en se limitant à déterminer celle où il y a autant que dans la collection de référence, par perception visuelle.*
- *Réaliser une collection dont la quantité est indiquée par l'enseignant.*
- *Indiquer la quantité d'une collection*

Exemples :

- Proposer 2 poupées et 3 boîtes (une avec 1 assiette, une autre avec 2 assiettes et la dernière avec 3 assiettes). Trouver la bonne boîte pour que chaque poupée ait son assiette.
- Proposer une série d'assiettes et demander aux élèves de prendre la quantité désirée ou demander d'indiquer une quantité. Décomposer le nombre (deux c'est un et un).

Etayage langagier :

- Formaliser l'introduction des mots-nombres.
- Verbaliser les décompositions.

Etape 3 : les procédures visuelles pour comparer des quantités.

Objectifs :

- **Comparer des quantités sans faire intervenir la suite numérique orale.**
- **Comprendre ce que signifie « plus que » et « moins que ».**

Types de situations et procédures :

- *Comparer deux quantités de collections en se limitant à étudier s'il y en a autant dans chaque collection et en utilisant la perception visuelle due à la grande différence de quantités.*
- *Comparer deux quantités de collections en indiquant la plus grande ou la plus petite et en utilisant la perception visuelle due à la grande différence de quantités.*

Exemples :

- Proposer 5 poupées d'un côté et 12 assiettes de l'autre. Par perception visuelle indiquer s'il y a juste ce qu'il faut comme assiette.
- La même situation est proposée mais en utilisant les expressions « plus que/moins que ». Réduire progressivement les quantités pour établir la comparaison.

Etayage langagier :

Introduire les notions de « plus que ... » et de « moins que ... »

Etape 4 : la reconnaissance et la désignation des quantités de 1 à 4 à partir de la reconnaissance visuelle des petites quantités et des décompositions et recompositions.


Objectifs :

- **Construire les quantités jusque 4 sans faire intervenir la suite numérique orale.**
- **Comprendre les décompositions des nombres jusque 4.**
- **Consolider la signification des termes « plus que/moins que »**

Types de situations et procédures :

- *Réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée en s'appuyant sur la décomposition et la perception visuelle des petites quantités.*
- *Comparer les quantités de plusieurs collections à une collection donnée en se limitant à déterminer celle où il y en a autant que dans la collection de référence, en s'appuyant sur la perception visuelle et la décomposition.*
- *Comparer deux quantités de collections en indiquant la plus grande ou la plus petite et en utilisant la décomposition et la perception visuelle.*
- *Indiquer la quantité d'une collection en s'appuyant sur la recomposition et la perception visuelle.*

Exemples :

- Proposer 4 poupées et des assiettes (en nombre plus important). Les poupées sont disposées de manière à faire apparaître des décomposition (1 et 3 ou 2 et 2). Les élèves doivent mettre autant d'assiettes que de poupées.
- Proposer 4 poupées et 4 boîtes (une avec 1 assiette, une autre avec 2 assiettes, une autre avec 3 et la dernière avec 4 assiettes). Les poupées et les assiettes font apparaître les décompositions. Trouver la bonne boîte pour que chaque poupée ait son assiette.
- Proposer une série d'assiettes et demander aux élèves de prendre la quantité désirée ou demander d'indiquer une quantité. Décomposer le nombre (deux c'est un et un).
- Proposer 4 poupées et 3 assiettes placées à distance. Indiquer s'il y a plus d'assiettes ou plus de poupées.
- Combien y a-t-il d'assiettes ? 

Etayage langagier :

Introduire le nombre 4 à partir de la décomposition avec 1 et 3 puis avec celle de 2 et 2.

Etape 5 : La reconnaissance et désignation des quantités de 1 à 6 à partir de la reconnaissance visuelle des petites quantités et des décompositions et recompositions ou à partir des dispositions en constellation.

Objectifs :

- **Construire les quantités jusqu'à 6 sans faire intervenir la suite numérique orale.**
- **Comprendre les décompositions avec le nombre 1 des nombres jusqu'à 6 (exemple : « six, c'est cinq et encore un »).**
- **Commencer à reconnaître les quantités disposées comme les constellations du dé.**
- **Commencer à déterminer une quantité à partir d'une composition (exemples : « quatre et encore un, ça fait cinq »)**

Types de situations et procédures :

- *Réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée en s'appuyant sur la décomposition et la perception visuelle des petites quantités.*
- *Comparer les quantités de plusieurs collections à une collection donnée en se limitant à déterminer celle où il y en a autant que dans la collection de référence, en s'appuyant sur la perception visuelle et la décomposition.*
- *Comparer deux quantités de collections en indiquant la plus grande ou la plus petite et en utilisant la décomposition et la perception visuelle.*
- *Indiquer la quantité d'une collection en s'appuyant sur la recomposition et la perception visuelle*

Exemples :

- Les types de situations sont les mêmes qu'à l'étape précédente mais la variable se joue sur le nombre d'objets.

Exemple de disposition pour cinq assiettes :



Exemple de disposition pour six assiettes :



- Commencer par faire apparaître l'ajout d'un élément au nombre précédent puis introduire d'autres décompositions.

Etayage langagier :

Formaliser l'introduction des nombres 5 et 6 à partir des décompositions avec 1.

Introduire d'autres décompositions.

Verbaliser les recompositions qui permettent de déterminer des quantités.

Etape 6 : la désignation des quantités jusqu'à 6 en comptant de un en un et en s'appuyant sur les décompositions et recompositions.

Objectifs :

- Comprendre l'utilisation de la suite numérique orale pour désigner les quantités jusqu'à 6.
- Comprendre que, dans la suite numérique orale, le nombre qui suit un autre correspond à la quantité précédente en ajoutant une unité.

Types de situations et procédures :

- *Comprendre l'utilisation de la suite numérique orale pour désigner les quantités jusqu'à 6.*
- *Comprendre que, dans la suite numérique orale, le nombre qui suit un autre correspond à la quantité précédente en ajoutant une unité.*

Exemples :

- Les élèves ont déterminé que la collection ci-dessous contient 4 assiettes à partir de la disposition en sachant que « trois et encore un ça fait quatre »



- L'enseignant valide ces procédures puis explicite le comptage de un en un en prenant soin de désigner la sous-collection qui correspond au nombre indiqué.
- L'enseignant compte « un » en montrant une assiette, « deux » en montrant deux assiettes ...



Etayage langagier

Etape 7 : La désignation des quantités jusqu'à 10 en comptant de 1 à 1 et en découvrant quelques décompositions et recompositions.

Etape 8 : les quantités au-delà de 10.

L'**écriture chiffrée** d'un nombre est un symbole qui permet de garder la mémoire de la quantité. Les écritures chiffrées sont présentées par l'enseignant lorsque les quantités qu'elles représentent peuvent déjà être désignées oralement par les élèves. Elles doivent être perçues par l'élève comme un moyen de garder trace, en mémoire ces quantités.

L'écriture des chiffres n'intervient que lorsque les élèves sont capables de traduire les écritures chiffrées en désignation orale.

Trois types de situations font intervenir l'écriture chiffrée :

- Réaliser une collection dont la quantité est indiquée par l'écriture chiffrée
- Indiquer par une écriture chiffrée la quantité d'une collection
- Comparer deux quantités données par leurs écritures chiffrées.

Construire un enseignement progressif pour la fonction cardinale des nombres : des fiches thématiques pour établir une planification

Ressources pour accompagner la mise en œuvre du programme

Construire le nombre pour exprimer des quantités :

- [Utiliser le nombre pour comparer deux quantités](#)
- [Utiliser le nombre pour mémoriser des quantités](#)

Stabiliser la connaissance des petits nombres :

- [Décomposer et composer les nombres jusqu'à dix](#)
- [Reconnaître et réaliser une collection dont le cardinal est compris entre 1 et 10](#)

Construire des premiers savoirs et savoir-faire avec rigueur :

- [Construire des premiers savoirs et savoir-faire avec rigueur](#)

Construire un enseignement progressif pour la fonction ordinale des nombres

Deux types de situations sont cités dans les compétences attendues en fin d'école maternelle : exprimer la position d'un objet ou d'une personne ; comparer des positions. Dans les deux cas, la collection d'éléments n'est pas du même type que celle faisant intervenir le nombre en tant que quantité. La collection est organisée en une suite d'éléments avec une origine et un sens qu'il faut prendre en compte.

Les mots désignant des positions n'étant pas les mêmes que ceux utilisés pour désigner des quantités, il est nécessaire de les connaître. *Il est important d'avoir compris le nombre en tant que quantité avant d'aborder le nombre en tant que position.*

Beaucoup de situations de classe font intervenir le nombre en tant que position mais il est aussi nécessaire de proposer des situations spécifiques.

Ressources pour accompagner la mise en œuvre du programme

Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position :

- [Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position](#)

Programmation de l'enseignement de la résolution de problèmes

Les problèmes évoqués dans les programmes portent sur des nombres en tant que quantité (composition de deux collections, ajout ou retrait à une collection, partage ou produit) ou sur des nombres en tant que position (déplacement en avant ou en arrière).

Il est nécessaire d'avoir acquis le nombre en tant que quantité ou position avant de proposer le problème arithmétique.

Pour travailler les problèmes, il faut prendre en compte trois éléments

- Les types de problèmes :

- Les problèmes les plus faciles sont les problèmes de recherche de la quantité totale dans un problème de réunion de quantités ou de recherche de la quantité finale par un ajout à un quantité.
- Les problèmes de recherche d'une des quantités dans une réunion de quantité ou de recherche de la quantité finale pour un retrait d'une quantité sont à proposer dans un second temps car ils sont plus difficiles.
- Viennent ensuite les problèmes de groupements et de partage.

- Les quantités mises en jeu.

- Le matériel à disposition : la difficulté de résolution d'un même problème peut dépendre de l'usage ou non du matériel.

- Etape 1 : l'enseignant utilise du matériel visible. L'objectif n'est pas encore de résoudre un problème puisque la résolution est prise en charge par l'enseignant. Il s'agit de familiariser les élèves avec cette situation et l'enseignant réalise l'action au fur et à mesure avec le matériel.
- Etape 2 : les élèves disposent d'objets correspondant au contexte du problème. L'objectif est ici de comprendre l'énoncé du problème en étant capable de réaliser l'action décrite par l'énoncé.
- Etape 3 : les élèves disposent d'objets symboliques. Les élèves doivent alors comprendre qu'il est possible de remplacer les objets du contexte par des objets plus symboliques.
- Etape 4 : les élèves ne disposent plus d'objets manipulables. L'objectif est alors qu'ils comprennent qu'il est possible de passer par d'autres moyens comme les doigts ou un dessin.

Une mise en œuvre de l'enseignement de la résolution de problèmes

Ressources pour accompagner la mise en œuvre du programme

Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes :

- Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes de produit et de partage
- Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes d'ajout ou de retrait
- Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes de composition de deux collections

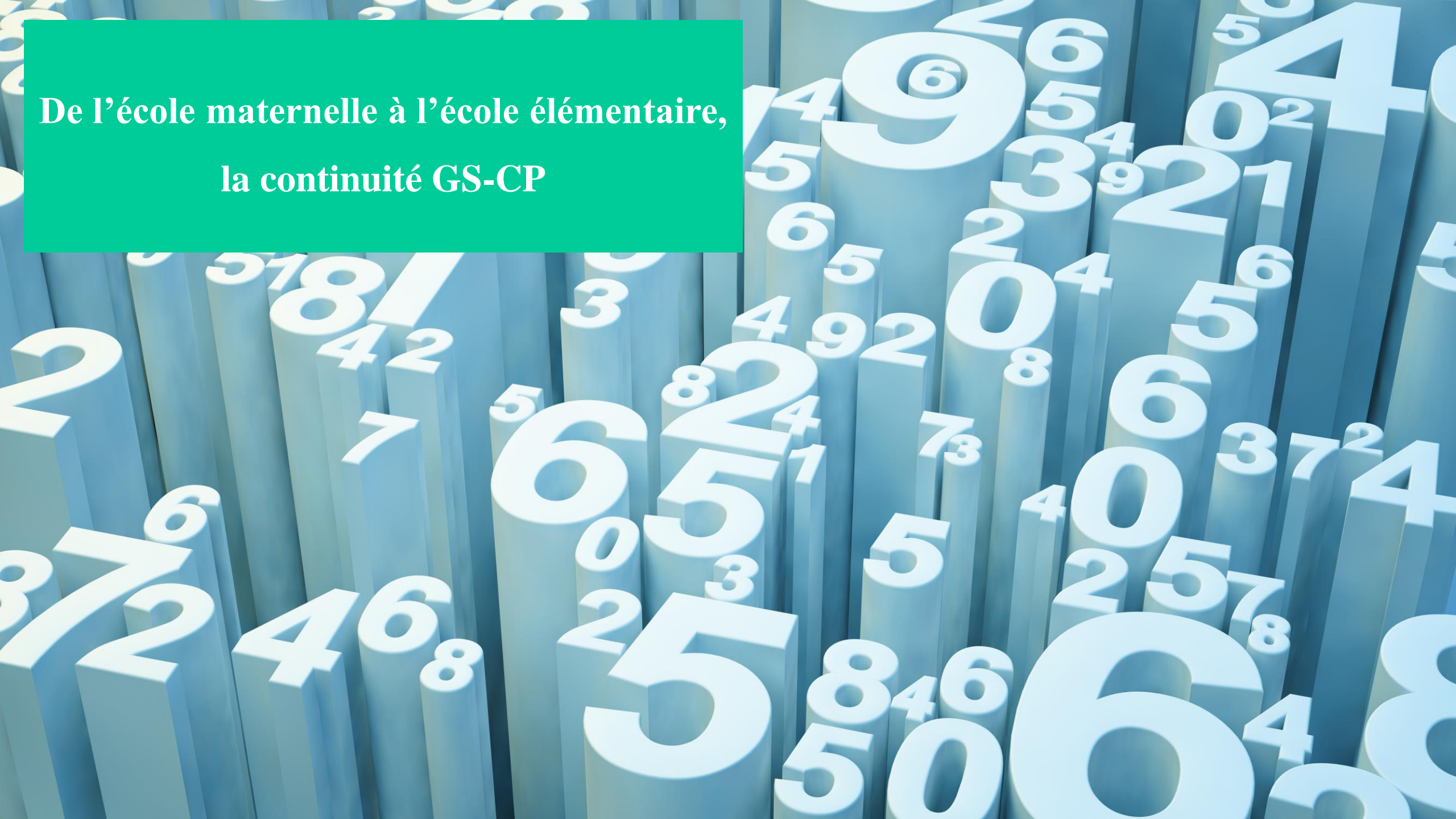
Enseigner les mathématiques en articulant les 4 modalités spécifiques d'apprentissage de l'école maternelle

L'enseignement des mathématiques s'articule aux 4 modalités spécifiques d'apprentissage de l'école maternelle :

- Apprendre en jouant
- Apprendre en réfléchissant et en résolvant des problèmes concrets
- Apprendre en s'exerçant
- Apprendre en se remémorant et en mémorisant

Les activités ludiques visent des apprentissages identifiés et précis. Les jeux symboliques offrent notamment la possibilité d'introduire ou de renforcer des notions. L'utilisation des jeux se pense en équipe. Elle doit refléter une programmation et une progression sur le cycle. Plutôt que de multiplier les jeux, il est préférable de faire évoluer un jeu connu en jouant sur les variables didactiques.

De l'école maternelle à l'école élémentaire,
la continuité GS-CP



« [L'école maternelle] travaille en concertation avec l'école élémentaire, plus particulièrement avec le cycle 2, pour mettre en œuvre une véritable continuité des apprentissages, un suivi individuel des enfants. »

Favoriser la continuité du parcours d'apprentissage de l'élève entre la grande section et le CP vise à sécuriser l'entrée au CP de chaque élève.

L'accompagnement vers le CP se construit autour d'un double enjeu :

- Celui de la liaison entre les écoles, les enseignants, les élèves et les familles. Cette liaison se construit à travers des visites, des échanges d'actions et de travaux pédagogiques communs, des rencontres avec les parents afin de sécuriser la relation avec les familles. Ces actions visent à rassurer l'enfant et sa famille dans ses premiers pas à l'école élémentaire ;
- Celui de la continuité pédagogique qui vise à coordonner les contenus et les méthodes d'apprentissage pour éviter les ruptures dans le parcours d'apprentissage de l'élève.

La continuité des apprentissages est renforcée par une harmonisation pédagogique qui se construit autour de deux axes de réflexion :

- Un axe collectif : outils, matériels, procédures, progressions, programmations ;
- Un axe individuel : acquis de l'élève, réussites et points d'attention.

Amorcer les apprentissages du CP en s'appuyant sur ceux construits en grande section rassure les élèves et sécurise l'entrée au CP. Il importe donc de mobiliser des situations vécues en maternelle (situations de référence, jeux, affichages, etc.). Elles sont d'autant plus efficaces qu'elles ont été régulièrement exploitées en grande section et font sens pour chacun.

Les évaluations nationales de début de CP constituent un levier d'analyses et d'actions pour les professeurs de grande section et de cours préparatoire afin d'ajuster leurs enseignements et de répondre aux besoins de chaque élève.

Un guide fondé
sur l'état de
la recherche



**Pour
enseigner
les nombres,
le calcul et
la résolution
de problèmes
au CP**



Un lien entre les deux guides

Les fondamentaux de la démarche
d'enseignement de la résolution de
problèmes (maternelle/cycle 2)

Pages 82 à 88

L'accès à l'abstraction est un long processus qui est associé, en mathématiques, à la maîtrise d'un langage symbolique et des compétences comme le raisonnement et la modélisation.

Abstraire consiste à isoler une (ou plusieurs) propriété(s) d'un objet afin de la (les) considérer pour elle(s)-même(s). Cela nécessite donc de se détacher du réel, du contexte dans lequel on a manipulé et/ou représenté l'objet.

L'abstraction prend appui sur trois étapes concomitantes essentielles, la manipulation, la représentation et la verbalisation, qui permettent le passage progressif vers l'abstraction.

La manipulation

La manipulation consiste à agir sur des objets tangibles (par exemple des cubes) ou symboliques (par exemple des nombres). Cette étape passe par l'action. Pour l'élève qui n'a qu'une expérience encore limitée des objets mathématiques, il s'agit d'apprendre « par le faire » dans des situations qui mobilisent du matériel. La manipulation permet à l'élève de s'approprier la situation, de s'en faire une première représentation. Mais cette première phase n'est pas suffisante : cette étape doit également conduire à une anticipation d'une solution au problème.

Il est important de distinguer la manipulation passive de la manipulation active pour un apprentissage mathématique visé :

- **Manipulation passive** : le professeur dispose A jetons dans la boîte, puis B jetons et pose la question du nombre total de jetons dans la boîte. Les élèves ont accès au contenu de la boîte et peuvent se contenter de lire le résultat en recomptant les jetons.
- **Manipulation active** : le professeur montre successivement les deux collections de jetons et les place dans la boîte, la referme et pose la question. Dans ce cas, l'élève va mobiliser des représentations mentales et ses connaissances sur les nombres, ainsi que des procédures de plus haut niveau pour résoudre le problème.






La manipulation n'est donc pas une finalité mais une étape intermédiaire permettant d'engager un travail cognitif. Le matériel change progressivement de statut : **de matériel pour constater, observer, il devient matériel pour valider ce qu'on est capable d'anticiper**. Il permet de raisonner sur les procédures.

De la manipulation à la représentation symbolique

Cette étape est fondamentale dans la résolution de problèmes : elle convoque la représentation imagée qui amène à se représenter quelque chose sans l'avoir sous les yeux. Il peut s'agir de représenter par une image, un dessin, une photo, un pictogramme, un schéma ... Les représentations sont d'abord proches de la réalité du problème (représentation des objets tangibles), puis elles évoluent progressivement vers des représentations plus abstraites et génériques telles que les schémas ou l'écriture mathématique.

L'exemple suivant illustre la progressivité, au niveau de la maternelle et au CP :

« Au supermarché, j'ai acheté 4 pommes rouges et 2 pommes vertes. Combien ai-je de pommes dans mon panier ? »

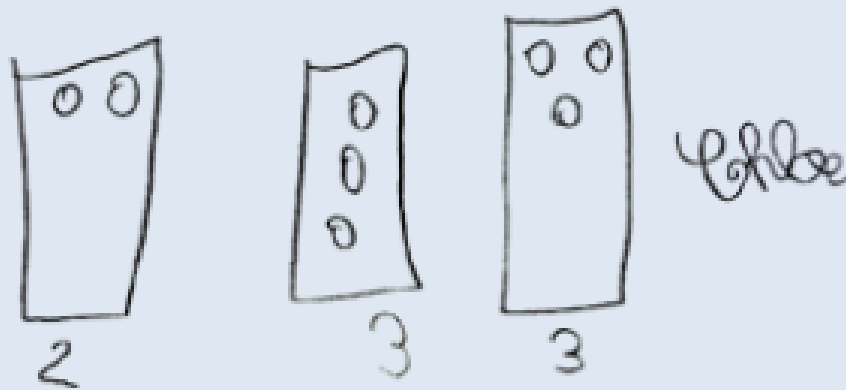
| | | |
|---|---|---|
| MODE SENSORI-MOTEUR³⁹ | Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité :  | Manipulation d'objets tangibles figuratifs :  |
| MODE IMAGÉ | Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité :  | <ul style="list-style-type: none">• Représentation avec un schéma : • Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) :  |
| MODE SYMBOLIQUE | Écriture en langage mathématique : $4 + 2 = 6$ | |

EXEMPLE DE SCÉNARIO CLASSIQUE EN GRANDE SECTION

Énoncé oral du problème : « Vous répartissez 8 marrons dans 3 assiettes. »

Phase 1 : la manipulation avec des marrons permet l'appropriation du problème et de faire des essais.

Phase 2 : les élèves dessinent la situation de manières très variées allant de dessins figuratifs à des ébauches de schémas (cf. figure 20).



Phase 3 : après rappel de l'activité précédente, les élèves doivent proposer sans matériel une autre répartition sur leur feuille. La vérification pourra se faire à l'aide du matériel, accompagnée d'une formulation orale.

La place de la verbalisation dans l'accès à l'abstraction

Les deux étapes décrites précédemment, la manipulation et la représentation, s'accompagnent obligatoirement d'étapes de verbalisation incontournables permettant d'accéder aux concepts mathématiques et à l'abstraction. ***La verbalisation permet de mettre en mots et d'explicitier l'action, sans la produire ou la représenter visuellement.*** La verbalisation concerne à la fois le professeur et les élèves.

La verbalisation est importante du point de vue du professeur comme celui de l'élève.

La verbalisation est importante à trois niveaux pour l'élève :

- pour lui-même : elle va lui permettre d'opérer un retour réflexif sur son propre raisonnement et de ne pas rester au stade de la simple manipulation. C'est l'occasion de prendre conscience de ses propres stratégies
- en direction des autres élèves : elle permet de préciser l'argumentation pour la rendre compréhensible par les autres, de comparer ses propres stratégies avec celles des camarades ...
- en direction du professeur : elle permet de prendre de l'information et de proposer un étayage adapté.